ALGEBRA

CZYLI

NAUKA O RACHUNKACH LITERALNYCH

~~Grabowskiemu~~
~~Antoniemu~~
~~Darowane~~
~~Roku~~ 1824
Stycznia Dnia 19
z Pacroll

1816
1778

Memoria praeteritorum
gratiarum iucunda est
Ex cura & opera
fuit apud me die 26.
Novembris persona
notabili

ALGEBRA

CZYLI

NAUKA O RACHUNKACH LITERALNYCH

Porządkiem do każdego zrozumienia przy-
stosowanym we dwóch Częściach

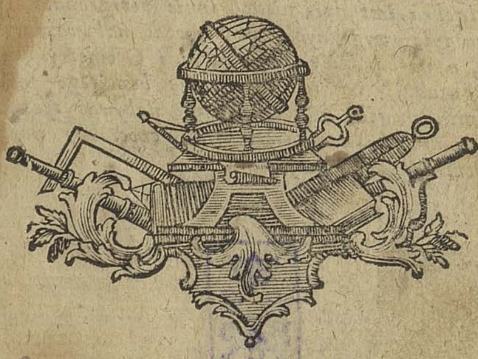
UŁOŻONA

A ciekawemi i użytecznemi Przykładami

OBIASNIONA

PRZEZ

X. ANDRZEIA SEBASTYANA USTRZYCKIEGO
Scholarum Piarum.



w WARSZAWIE 1778.

w Drukarni J. K. Mci i Rzeczypoſpolitéy
u XX. *Scholarum Piarum.*

L' Algebre est aujourd'hui indispensable. Elle procure tant de commodités dans l' acquisition des Sciences surtout de l' Arithmétique & de la Géométrie, qu'en s' opiniâtrant à se passer de cet instrument, on pourrait les étudier toute sa vie, & y être fort médiocre, quoique l' on eût un très-bon ésprit.

Mr. de la Chapelle. Instit. de Géometr. pag. 259.

Algebra iest dziś nieuchronnie potrzebna. Dostarcza ona tyle wygodnych sposobów do nabywania umieiętności, a naybardziey Arytmetyki i Geometryi, iż ktoby się usadził na to: ażeby się bez tego narzędzia obchodził, mógłby całe życie swoje nabywać tych Nauk, a być w nich bardzo pomiernym, chociażby naylepszym dowcipem był obdarzony.

DO
JASNIE WIELMOZNEY
JMCI PANNY
KUNEGUNDY
HRABIANKI
KOMOROWSKI
STAROSCIANKI OCHOZKIEY.

DO *ofiarowanéy Ci przed dwiema laty Pierwſzéy Części Algebry przeze mnie ułożonéy przyłączając dziś Część Drugą z pod praſy wychodzącą, całe Dzieło* TWOIEM, PRZEZACNA HRABIANKO, *Imieniem chcę mieć zaſzczycone. Dla* CIEBIE *bowiem i* BRACISZKA TWEGO *(którym w dawaniu początkowéy edukacyi miałem honor ſłużyć) Dzieło to ułożone, na* TWOIE *i* GODNYCH RODZICOW TWOICH *żądanie, za łaſkawém* ICH *przyłożeniem ſię, na publiczny widok i powſzechny pożytek wyſzłe wſtydziłoby ſię pokazać przed światem bez wypiątnowanego na czele ſwém* IMIENIA TWEGO, *godnę z téy ieſzcze miary piątna tego, żeś* TY *piérwſza doświadczeniem właſném dowiodła: iż Algebra tak ułożona nie ieſt, iak ſię zdawała przedtém niedoſtępną i rzadko komu udzielającą ſię umiejętnością; ponieważ* TYS *ją z rękopiſmać i[...]ſzcze dawaną przy tyłu innych naukach i zwy[...]czaynych zabawkach* TWOICH *w przeciąg[...]*

dwu

dwu mieſięcy przebiegła i tak ſczęśliwie zrozumiała, iż CIĘ dziś nayzawilſzych Zagadnień rozwiązywanie bynaymniéy nie zatrudni. Postępek ten Damy wtenczas dopiéro cztérnastoletniéy będzie żywym w poźne czaſy dowodem dla pilnych Kawalerów, że mogą, a wyrzutem dla gnuśnych, że nie chcą w tak ułatwionéy a im daleko potrzebnieyſzéy nauce równym TWOIEMU krokiem postępować. Osoby zaś płci i urodzenia TWEGO brać będą wzór z przykładu TWOIEGO: czémby się pożyteczniéy za dzienne i nocne Romanſów czytanie zabawić mogły. A ieżeli ani Algebra z Arytmetyką i Geometryą, w których TY się kochaſz, ani ięzyk Łaciński, którym Ty się pięknie tłumaczyſz i Dzieła tłumaczenia Twego wydajeſz, (*) nic ieſt w modzie i guście tegowieczney obojéy płci Młodzieży Narodowéy; przystałoby Jéy i na lepſze wyſzło, zabrać ſmak do tych przynaymniéy umiejętności, które i każdemu wiekowi służą i płeć każdą zdobią, iakiemi powſzechném zdaniem ſą Dzieje ludzkie, Nauki Krajopiſarſkie, Moralne i Filozoficzne, nakoniec języki żyiące, a z tych nayprzydatnieyſzy Francuſki, Niemiecki, Włoſki; w których nabywaniu iżbyś iak naywięcéy naśladowców i naśladowniczek ochoty i ciekawości TWOIEY miała, to ieſt moie, to każdego dobrego obywatela, to Oyczyzny ſaméy ſprawiedliwe żądanie. Jeſtem z powinnym reſpektem.

J. W. WMć PANNY DOBRODZIEYKI

Nayniższym Sługą

X. A. S. Ustrzycki S. P.

[*] *Dzieło przeniesione z łaciny na Oyczysty ięzyk przez tę Damę i wydrukowane iest pod tym tytułem:* Wybrane z Starożytnych Swieckich Pisarzów Dzieie.

DO
CZYTELNIKA.

POtrzeba i pożytek Algebry, a zdatnych do niéy w Oyczyſtym Języku Ksiąg niedoſtatek mocną i ſkuteczną równie Tobie, Czytelniku, do zwartowania, iako mnie do ułożenia dzieła tego bydź powinny. Tento ieſt ſztuczny klucz, którym ſię drzwi do świątyni Matematyki dziś otwierają, toto naydoſkonalſze drobnowidno, przez które rozumne oko nayſkrytſze w rzeczach Fizycznych tayniki jaśnie widzi, tato naydziwnieyſza w całym Nauk okręgu ſztuka, która umieſzcza i wyraża w kilku literach, czego inne nie zdołają w Tomach. Jednym ona ſpoſobem tysią-

czne

czne trudności ułatwia, iednem prawidłem bezlicznym przypadkom dosyć czyni, a całą roboty swéy osnowę przed oczy kładąc, o niezawodności dzieła zaręcza. Bez niéy ani nayprzestronnieysza pamięć nie obeymie, ani nayżywszy dowcip nie przeniknie tych summ i wielości, które nieuchronna dziś w biegu nauk Matematycznych potrzeba brać każe pod krédkę. Są tam ilkości nieokréślone, są iednegoż zapytania rozmaite warunki, są iednego przypadku na podobnych tysiąc podziały, są względy wiadomych rzeczy do nieznanych są związki odkrytych z nayskrytszemi, których bez pomocy Algebry nayżywszy rozum nie docieczę. Przeto chcieć się dzisiay stać Matymatykiem bez Algebry, byłoby to chcieć bez oka bydź ostrowidzem. Lecz mnie tu kto zagadnie: azaż mało sławnych bez Algebry Matematyków starożytne i poźnieysze wieki wydały? Euklides, Archimedes, Apolloniusz i inni, któremuż z tegowiecznych w téy nauce Xiążąt pierwszeństwa ustąpili? były zaiste dowcipy, którym wynalazek, były, którym wzrost i wydoskonalenie swoie Matematyka winna, choć im się nie śniło o Algebrze. Na zarzut ten dosyć będzie odpowiedzieć: że natura tworzy, a sztuka uprawia i wydoskonala dowcipy. Silnie czyli machiny nie wlewają ludziom sił przyrodzonych, wzmacniają tylko od natury wlane, a przecię siły przyrodzone z nabytemi porównane ustawać muszą. Daymy iaką-

kolwiek

kolwiek bytęż nayproſtſzą silnią do dźwigania, albo windowania ciężarów ſporządzoną, daymy, nie mówię, mocnemu człowiekowi, ale dziecięciu tyle tylko maiącemu mocy, ile do ruſzania ręką potrzeba, niemocy iednak téy machiną zasiłonéy żaden bądź naywiękſzy w świecie Mocarz odprzeć nie potrafi. Otoż żywe wyobrażenie Algebry. W dzieciństwie ona, że tak rzekę, ſwojém uſnadniała trudności, nad któremi siwe głowe przez tyle wieków daremnie ſię pociły. Po iéy ziawieniu w mgnieniu oka wynalezione prawdy, które przed nią niedościgłą nigdy rozumowi zdawały ſię tajemnicą. Nim ſię Algebrą urodziła w głowie Wietty, a na łonie Kartezego wychowała, wielkiém było dziwem, miernym ſtać ſię Geometrą, dziś, gdy w nayſławnieyſzych Akademiach doyrzewa, nie trudno za iéy pomocą wielkim dorazu Matematykiem i Filozofem zoſtać. Przeświadcza nas o téy prawdzie przykład za naſzéy pamięci zgasłego Leybnicego. Był ten Mąż bez Algebry zaledwie oświeconym, z Algebrą ſtał ſię światłem nayoświeceńſzego wieku. Nie znać ſię tedy dziś z tą nauką, byłoby to gościem bydź w przysiąku innych nauk, i nie chcieć ſię nigdy z niemi oſwoić i zpoufalić, azatém byłoby to pokrzywdzać ſiebie i ſpołeczeńſtwo ſwoie uymą tylu potrzebnych i użytecznych wiadomości. Co do mnie wydaiąc w Oyczyſtym języku to dzieło, tuſzę ſobie: że Rodakom mo-

im ſkutecznie zalecę Algebrę. Nauka potrzebna dla iednych, użyteczna dla drugich, dla wſzyſtkich ciekawa, a ta ieſzcze w Polſkim ſtroju na widok wychodząca chyba ślepego, albo krzywego oka obrócić na ſiebie nie potrafi. Jaſne i proſte wnet ſię tu wlepi, gdyż wnet upatrzy: czego w innych Książkach próżno ſzuka. Prócz młodzieży edukacyą biorącéy znaydzie tu Podſkarbi, Ekonom, Prawnik, Kupiec, Rolnik, Miernik, Budowniczy obfite korzyści ſwych źrzódło. Ci, którym opatrzność w wydziale majątków nieruchome dobra nadała, naywięcéy pożytku mogą dla ſiebie i dla ſwych poddanych ſtąd wyczerpnąć. Jleżto zamieſzań w dzierżawach i dziedzictwach częſto zdarzne kupna, przedaże, zaſtawy, arędy i inne zamiany zwykły ſkutkować? Trzeba tam ſprawiedliwych rozmiarów, trzeba rachuby niekrzywdnéy, a wieleż dziś i jakich w kraju Mierników i Rachmiſtrzów mamy? Ztrudnością ich doſtajemy, z koſztem ſprowadzamy, a z pokrzywdzeniem częſtokroć właſném wierzyć im muſiemy. Nie doświadczalibyśmy zaiſte tych ſkutków, gdybyśmy w Algebrze i w zaſadzoném na niéy Ziemiomiernictwie ſami mieli doświadczenie. A ieżeli dotąd brak w naſzym, a nieporządny układ Algebry w obcych językach trudną tę i prawie niedoſtępną naukę czynił Polakowi; mieć ią teraz będzie na tok języka ſwego przerobioną i z buynych

owych

owych wyplenioną zawad, które od rozpoczętego iéy uczenia ſię odſtręczały. Przedtém Uczniowie Algebry widząc na piérwſzym jéy wſtępię pracowite rachunki literalne, a pracy téy żadnych użytków długo nie widząc, tracili ſerce do dalſzego w niéy ćwiczenia ſię i błędném uprzedzeni rozumieniem: że tak i owoce, iak korzenia téy nauki ſą gorzkie, wcale ią zarzucali; teraz wprzód prawie owoców iéy zakoſztuią, niż ſię dotkną korzeni. W piérwſzych bowiem zaraz początkach Algebry wielorakie jey zażycie pokazuję, po krótkim wykładzie zwyczaynych Rachunków początkowych przyſtępuiąc do rezolwowania Zagadnień czyli Problematów proſtych w tę nadzieię; że uczniowie Algebry ſkoro piérwſzy, że tak rzekę, rzeczonéy nauki próg przeſtąpią, a powabne w niéy i pożyteczne rzeczy zoczą, zabiorą chęć do niéy, i w przysiąku iéy rozgościwſzy ſię, raczą wniść do ſamego przybytku. Aże naywiękſzą do poſtępku w Algebrze zawadą zdawał im ſię być Rachunek Wykładniczym i Sciennym czyli Radykalnym zwany, przeto, że uważnieyſzey myśli i roboty dłużſzéy wyciąga, ten ia więc do drugiéy dzieła mojego części odłożyłem, pochlebując ſobie: że nowi Rachmiſtrze literalni pożyteczną pierwſzéy części łatwością zachęceni wkroczą z ochotą do drugiéy trudnieyſzéy nieco, ale i pożytecznieyſzéy iako do głębſzéy Matematyki i Filo-

i Filozofii nieuchronnie potrzebnéy. W obydwóch iuż częściach przystępując do pomiarów czyli ekwacyi cząstek w dziale Algebry nay-pięknieyszych i niby kosztownych narzędzi do różnych wynalazków sporządzonych, któremi wsparty dowcip, rzeczy nad właśne prawie siły wyższych bez mozołu głowy i wysilenia myśli dochodzi; oszczędny tam przepisów, a obfity przykładów zbiór położyłem, z doświadczenia mając upewnienie: iż równie Algebry, iak innych umieiętności prędzéy liczne przykłady, niż długie przepisy nauczą. Rezolucye same zebranych w wielkiéy liczbie Zagadnień Rachmistrza nowego za rękę niby poprowadzą do zamierzonego celu, gdyż i dokładnie są wyłuszczone i po większey części szczególne, czyli do każdego zosobna zapytania przystosowane. Ogólne bowiem sposoby rezolwowania ani z pojętnością zaczynających, ani z zwyczaynym ich sposobem myślenia nie zdawały mi się bydz zgodne. Zadawać Problema w powszechnych wyrazach tym, którzy nie są przyzwyczajeni z wyobrażonych na umyśle swym rzeczy szczególnych wyrabiać wyobrażeń ogólnych, nie-byłożbyto raczéy zaciemiać, niż objaśniać ich rozum, a chęć do tak pięknéy nauki w wieczny wstręt zamieniać? Nie przéczę wprawdzie: że myśl nasza téy iest dzielności, iż z jednego przypadku setnych innych pojedyńczo i następnie dochodzi, i dlatego zwyczay-

ne

ne wyrazy Algebraiczne powſzechnemi nieiako mogą bydź nazwane; te iednak nie ſą tylko kopijami piérwſzego owego w ſzczególności wyobrażenia, które że ſzczególnem było, ſtało ſię ich oryginałem. Do takich tedy wyobrażeń myśl z natury ſporządzoną chcąc lepiéy przyſpoſobić; w rozwiązywaniu Zagadnień na ſzczególne przypadki ſzczególne także dawać będę rezolucye, i nie pierwéy tu owdzie ogólne podtrącę, aż przez uſtawiczność piérwſzych do drugich zwolna myśl ſię uſpoſobi. Nic już zatém nie zoſtaje, Czytelniku, tylko, żebyś Dzieło tak wyſtawione za winnéy ode mnie tobie i innym ziomkom moim przyſługi zadatek mile przyiął, a omyłkom w drukowaniu pod niebytność mą Piérwſzéy zwłaſzcza Części zaſzłym łaſkawie wybaczył.

OMYŁ-

OMYŁKI

W DRUKU ZASZŁE.

Karta.	Wiersz.	*Omyłka.*	*Czytay.*
15	23	7a—1	7a—x
24	2	literalne i poiedyńcze	literalne poiedyńcze i wielokrotne
30	4	$-4x^2$	$-4x^2y$
38	8	odciągaiąc współczynników	odciągaiąc wykładników
-	16	podzielnym	dzielniczym
44	2	Wieloraz a+b+c	a+b—c
47	14	$4x^2 - 2xy$	$4x^2 - 4xy$
63	14	przez toż i	przez toż 1
65	3	mnożysz inne terminy	dzielisz inne terminy
69	13	—d = a	—d = 4a
71	4	są współczynnikami	są z współczynnikami
72	21	za litery założone liczby	za liczby założone litery
91	2	= 77	= 67
-	13	za dzień 6	za dzień b
-	14	6x	bx
93	9	$\frac{90}{10}9$	$\frac{90}{10} = 9$
103	9	$\frac{115200a}{240000x}$	$\frac{115200a}{24000x}$
121	2	więcéy niż w dziesięcioro	więcéy wdziesięcio-io
125	10	x+y = a	x—y = a
-	11	x = a—y	x = a+y
134	3	w pierwszym i drugim	w pierwszym i trzecim
	4	x = a—y = c	a—y = c
7	6	415 = 60	4x15 = 60

Karta.	Wiersz	*Omyłka.*	*Czytay.*
137	8	$= 2x5 + 1x15 = 30$	$= 15 + 2x15 = 30$
143	22	$21 - 16 = 15$	$21 - 16 = 5$
147	4	$3a = 5y$	$4a = 5y$
-	5 i 6	$y = \frac{3a}{5}$ czyli $\frac{270}{5} = 54$	$y = \frac{4a}{5}$ czyli $\frac{360}{5} = 72$
149	7	$2x - z$ albo $x = \frac{x}{2}$	$2x = z$, albo $z = \frac{x}{2}$
152	8	przenosząc c	przenosząc 5 c
155	10	Zł. 36	Złł. 56
157	29	hallerzów 512	hallerzów 1024
158	13	nieważaiącym	niedoważaiącym
161	27	5 z 12 granami	5 z 16 granami
172	1	$y = \frac{2040}{1060}$	$y = \frac{2040}{1062}$
175	1	$\frac{2236}{19422}$	$\frac{1296}{19422}$
-	13	ile	ila?
178	3	$= 21$	$= 12$
189	10	78, którey	78, i miedź, którey
192	1	$\frac{9}{20}$	$\frac{9}{10}$
197	12	1400832	1394638
-	13	$\frac{34154400}{1400832} = 24 + \frac{534432}{1400832}$	$\frac{34154400}{1394638} = 24 + \frac{683088}{1394638}$
207	10	$= 3$ funtom	$= 3$ funtom $+ \frac{1}{2}$
209	10	$\frac{249}{60}$	$\frac{249}{30}$
211	7 i 8	$\frac{260}{2}$	$\frac{2600}{2}$
-	9	$240 - 120y$	$2400 - 120y$
-	10	$= 260$	$= 2600$
212	3	$16 + \frac{3}{10}$	$16 + \frac{2}{3}$
-	5	$\frac{9}{10}$	$\frac{9}{20}$
-	7	$6 - \frac{1}{2}$	$6 + \frac{1}{2}$
216	1	$\frac{205 + 192}{20}$	$\frac{205 - 192}{20}$
217	2	$x = 16 - 3 + \frac{1}{3} = 13$	$x = 20 - 3 + \frac{1}{3} = 17$
	3	$12 + 3 - \frac{1}{3} = 12$	$16 + 3 - \frac{1}{3} = 16$
236	7	$\frac{11}{33} - \frac{4}{24}$	$\frac{11}{33} + \frac{4}{24}$
240	19	danego srebra proby 13,	czystego srebra proby 16
59	6 i 7	przeszło 3 łóty, daymy, niech i drugie trzy łóty	lecz przeszło ieden łót, lecz daymy niech i drugi łót, niech trzy łóty

Karta.	Wiérsz.	*Omyłka.*	*Czytay.*
273	4	$5x+3$	$5x+4$
-	26	proporcyi	Propozycyi
281	21	nayprzod 100	naprzód od 100
310	17	$-32y$	$+32y$
312	14	za $4x$	za $4z$
-	23	$x = 20$	$z = 20$
316	11	$x = y-t$	$x = 2y-t$
-	15	41	$4t$
-	27	$z = 41$	$z = 4t$

Jnne omyłki przeciw Ortografii zwłaszcza, sam Czytelnik łatwo poprawi.

ALGEBRY

CZYLI

NAUKI O RACHUNKACH LITERALNYCH

CZĘSC PIERWSZA.

WSTĘP

DO ALGEBRY

Wykład ſłow i znakow rożnych używanych w Algebrze.

I.

ALGEBRA od Wynalazcy swego Geber Araba z przydatkiem Arabſkiego Artykułu al, czyli raczey od ſłow Arabſkich Al' i Giabr, sztukę rezolwowania znaczących nazwana, ieſt nowy sposob rachunkow czynienia przez litery abecadła, ktore ſię zamiaſt

zwyczaynych liczb używaią. Nazywa ſię inaczey Rachunkiem powszechnym (calculus universalis) pięknym sposobem rezolwowania (Analyſis speciosa) i taiemną rachubą (Symbolica Logiſtica.) W Europie pierwſi Vieta i Hariottus liter zamiaſt liczb zaczęli używać, a po nich Kartezyusz, Leybnicyusz i Newton tak tę naukę wydoſkonalili, że Algebra dziś kluczem do Matematyki i innych nauk ſtała ſię. Z troiakiego zaś powodu Wynalazcy Algebry, liter abecadłowych, zamiaſt charakterow liczb zwyczaynych używać zaczęli. 1. Ze zwyczayne liczby wyrażaią rzeczy tylko pewne, określone i wiadome, litery zaś wszelką rzecz, o ktorey można zapytać, ila ieſt, wyrażać mogą, a zatym wszelką rozciągłość wzdłuż, wszerz, wzwyż i głąb, wszelkie miary, wagi, ciężary, liczby, ruchy z własnościami onych, czasy z przeciągiem ich, iednym ſłowem: wszelką ilkość (quantitas) chocby ilkość owa niepewna nawet, nie określona i cale nie wiadoma była. 2. Ze w każdym rachunku literalnym i we wszyſtkich produktach z niego wypadłych, a literami także wyrażonych oczywiście daie ſię widzieć cały ſkład i każda z osobna część tych ilkości, ktore były rachowane, co ſię nie zdarza w rachubie liczb zwyczaynych. 3. Ze Algebra ogulne odkrywania niewiadomych rzeczy podaie prawidła, ktore rożnym szczegulnym przypadkom ſłużą, Arytmetyka zaś po-

pospolita na przypadki szczegulne szczegulnych także szuka i używa sposobow. A ztąd iawnie się pokazuie, że ta nauka powszechną iest, służącą do ułatwienia i obiaśnienia wszelkich innych, ktorych tylko celem i zabawą być może, ciał Fizycznych, i nieprzeliczonych własności tychże ciał, zgoła, ilkości wszelkich uważanie.

II. Ilkość (quantitas) dopiero opisana literami wyrażaiąca się, z rożnemi kłaść się zwykła znakami, a naypierwey z znakami dodania i odciągnienia. Znak dodania albo powiększenia iest + to iest: więcey, np. a + b; co się tak wymawia: a więcey b, znaczy zaś, że cena wyrażona przez literę a, iest zwiększona ceną przez literę b wyrażoną. Znak zaś odciągnienia czyli zmnieyszenia iest —, to iest: mniey, np. a — b, wymawia się: a mniey b, a znaczy, że cena litery a zmnieyszona iest ceną litery b, czyli, że cenę litery b odciągnąć trzeba od ceny litery a. Dwa te znaki są sobie przeciwne (signa contraria) pierwszy rzetelny czyli dodatny (signum positivum) drugi nie rzetelny, czyli odciążny (negativum.) Od tego dwoiakiego znaku ilkość dwoiakie bierze imię; iedna się nazywa rzetelna czyli dodatna (quantitas positiva) ktora znaczy więcey niż nic, to iest: rzetelną iaką cenę, przeto dodana do inney rzetelney ilkości, cenę iey powiększa; druga nierzetelna czyli odciążna (negativa) ktora mniey niż nic, to iest: dług albo brak czego znaczy, prze-

to zniesiona z inną rzetelną ilkością, cenę iey albo zmnieysza, albo zupełnie psuie. Wizerunkiem dwoiakiey tey ilkości może bydź dochod i dług. Wszakże dochod rzetelną iest i dodatną summą, gdyż twoie, ktore masz, powiększa pieniądze, dług zaś przeciwnie, summą iest nie rzetelną i odciążną, bo twoie pieniądze zmnieysza. Gdy np. odebrałeś dochodu 100. Czerwonych Złotych, a nikomuś nic nie winien, masz rzetelną summę Czerwonych Złotych 100, gdy zaś taką odebrawszy summę, winieneś 60, znosząc razem summę twoią z długiem, mieć będziesz Czerwonych Złotych 100 — 60, czyli mieć będziesz summę 100 zmnieyszoną przez 60, ktoreś winien, i ktore od 100 odciągnąwszy, wypłacić masz Wierzycielowi. Ale gdy nie maiąc żadnego dochodu, winien iesteś Czerw: Złot: 100, masz w samey rzeczy mniey, niż nic, to iest: dług Czerw: Złot: 100, i w większym zostaiesz niedostatku, niżeli ten, ktory ani dochodu, ani długu takiego nie ma. Zkąd oczywista, że między ilkością dodatną i odciążną śrzodkuie nic, czyli o, gdyż cyfra dodana do rzetelney ilkości, ceny iey ani powiększa, iako ilkość dodatna, ani zmnieysza, iako czyni odciążna. Procz tych są inne ieszcze w Algebrze znaki.

Znak mnożenia iest × np. a×b znaczy, że cena literą a wyrażona, powinna się mnożyć przez cenę b; wymawia się zaś tak, a rozmnożone przez b. Znak dzielenia wyraża

się

ſię frakcyą, w ktorey ilkość podzielna, czyli litery do dzielenia dane kładą ſię na mieyscu Licznika, a Dzielnik, czyli ilkość dzielnicza na mieyscu Mianownika np. $\frac{a}{b}$, $\frac{aa}{ab}$, wymawia ſię: a podzielone przez b, aa podzielone przez ab, a znaczy, że a ma ſię podzielić przez b, aa zaś przez ab. Lubo dzielenie Algebraiczne i Arytmetycznym ſpoſobem częſtokroć wyraża ſię, np. a | ab | b, co znaczy, że ab podzieliwszy przez a, za Wieloraz wypadnie b. Znak rowności między ilkościami ieſt $=$ np. $a = b$, wymawia ſię a rowne b, znaczy zaś, że cena przez literę a wyrażona, rowna ieſt we wszyſtkim cenie wyrażoney przez b.

Znak większości ieſt $>$, mnieyszości zaś $<$, np. $a > b$, mowi ſię, że ilkość a większa od b, i znaczy tęż samę większość ceny w ilkości a nad b, przeciwnie $a < b$, mowi ſię i znaczy, że cena a mnieysza za b. Znak nieſkończoności (infinitatis) ieſt ten: ∞ np. $a\infty$ znaczy, że ilkość a ieſt nie ſkończona.

Znaki te wszyſtkie od Arytmetycznych tym tylko ſię rożnią, że tam z ilkościami pewną liczbą wyrażonemi, a tu z literami nic przez ſię pewnego nie znaczącemi kłaść ſię zwykły, ale obrociwszy litery na liczby, za ktore ſię one pospolicie w rezolwowaniu osobliwie Problematow zakładaią, pewne zaraz wyra-

żą ilkości, daymy np. że a = 6, b = 3, będzie a + b = 9, a − b = 3, a × b = 18, $\frac{a}{b}$, czyli b | a | = 2 i tak daley.

Znak proporcyi czyli rownego między ilkościami względu, dwoiaki ieſt. Znakiem proporcyi Arytmetyczney są 3. kropki ·.·, ktore ieśli proporcya ieſt rozdzielna (discreta) kładą ſię między drugą i trzecią ilkością rownowzględną np. a. a + 1 ·.· 3. 4. co znaczy, że taki ieſt wzgląd a do a + 1, iaki 3 do 4., czyli że tym mnieysza ieſt ilkość a od a + 1, czym mnieysze 3 od 4. Jeżeli zaś ta proporcya ieſt ciągła (continua) kładą ſię wzmiankowane kropki na początku przed pierwszą ilkością np. ·.· a. a + 1. a + 2. a + 3. a + 4. co znaczy, że czym ſię rożni a od a + 1, tym a + 1 od a + 2, tym a + 2 od a + 3, i t. d.

Znakiem proporcyi Geometryczney są 4 kropki : :, ktore gdy ta proporcya ieſt rozdzielna, kładą ſię między drugą także i trzecią ilkością rownowzględną np. a. 2a : : 3a. 6a. znaczy że ilerazy a mieści ſię w 2a, tylerazy 3a umieszczone ieſt w 6a; gdy zaś proporcya ta ieſt ciągła, 4 owe kropki liniyką przekreślone na początku ſię kładą np. ∻ a. 2a. 4a. 8a. 16a. Znaczy, że ile razy a mieści ſię w 2a, tylerazy 2a w 4a, 4a w 8a, i t. d. Nadto w każdey proporcyi po każdym terminie rowno-

wzglę-

względnym kładzie ſię iedna kropka. Inni po dwie kropek kładą w proporcyi osobliwie Geometryczney rozdzielney, w ktorey też zamiaſt 4 kropek w śrzodku kłaść ſię zwykłych, używaią znaku rowności, tak w naſtępuiącym przykładzie: $a : b = 4 : 2$. Co iedno wyraża iako i $a . b :: 4 . 2$.

III. Ilkość dwoiaka ieszcze bywa, proſta i ſkładana. Ilkość proſta (quantitas incomplexa) ieſt, ktora iedną literą, lub kilką liter wciąż bez żadnego znakow związku położonych wyraża ſię, np. ilkość a, albo, ac, albo acd, albo abcd, każda z tych może być ilkością proſtą, ſkoro wyraźnego przed niemi nie będzie znaku ani odciążnego, ani dodatnego. Ilkość zaś ſkładana (complexa) ieſt ta, ktora ſkłada ſię że dwoch lub kilku liter związek z sobą przez znaki maiących np. $a + b$, albo $ab - c + d$, albo $a + ba - cy + ad$ i t. d. Ilkość nie ſkładana nazywa ſię poiedyncza (monomium) iaka ieſt np. a, albo ab, albo acd. Składana zaś nazywa ſię wielokrotna (polynomium) to ieſt albo dwukrotna (binomium) iaka ieſt : $a - b$, albo trzykrotna (trinomium) iaka ieſt : $x + y - z$, albo czworokrotna (quadrinomium) iaka ieſt : $ab + d - x - z$. i t. d.

IV. Ilkości wielokrotney każda część znak swoy maiąca, terminem ſię nazywa. Termin zaś od znaku, ktory przed nim ieſt, bierze imię, i albo zowie ſię dodatny, gdy z znakiem $+$, albo odciążny, gdy z znakiem $-$

ieſt

ieſt położony, tak ilkość a+b—c—bd ieſt czworokrotna, czyli z 4 terminow złożona, dwoch dodatnych to ieſt: a+b, a dwoch odciążnych to ieſt: —c—bd. Jle razy zaś przed ilkością poiedynczą, lub przed pierwszym terminem wielokrotney ilkości nie kładzie ſię znak wyraźnie, zawsze tam domniemany ieſt znak+, i taka ilkość, albo iey termin miany bywa za dodatny tak, iak gdyby był z znakiem+, np. ab iedno ieſt, co+ab, a+b—d iedno, co+a+b—d. Przeciwnie gdy ilkość iaka, albo iey termin ma być odciążny, znak iey — zawsze wyraźnie kładzie ſię, i kłaść ſię koniecznie powinien nawet przed pierwszym terminem ilkości wielokrotney np. —ab+d. Terminy, z ktorych ieden ieſt dodatny, drugi odciążny, nazywaią ſię rożno znaczne.

V. Liczba przed terminem iakieykolwiek ilkości położona np. 3a, albo 12b, albo 100x, 3 przed a, 12 przed b, a 100 przed x położone zowie ſię społczynnikiem (coëffiens) i znaczy 3 razy ilkość a, 12 razy b, 100 razy x dodaną, a zatym 3a ieſt iedno co a+a+a. Gdzie zaś społczynnik liczbą wyrażony nie ieſt, tam domniemanym społczynnikiem zawsze ieſt 1 np. a albo ax, iedno ieſt co 1a, co 1ax i t. d.

VI Liczba zwierzchu ilkości literalney przypisana nazywa ſię wykładnikiem teyże ilkości (exponens quantitatis) np. w ilkości a^2 albo x^3, liczba wierzchołkowa tam 2, a tu

a tu 3, ieſt wykładnikiem ilkości x. Wykłada bowiem, wiele razy ilkość x rozmnożona ieſt sama przez ſiebie, czyli do ktorego ſtopnia ieſt wynieſiona. Trzeba bowiem wiedzieć, że kiedy ſię ilkość iaka literą wyrażona sama przez ſiebie mnoży np. a×a=aa, produkt ten aa, czyli a^2 (gdyż mnożąc ilkości, litery ſię łączą, o czym niżey) zowie ſię u Rachmiſtrzow czworogran (quadratum) albo ilkość do drugiego ſtopnia wynieſiona (secunda poteſtas,) a sama owa ilkość mnożna a, zowie ſię pierwszym ſtopniem albo ścianą (radix, latus) ten znowu czworogran a^2 przez ścianę swoię czyli przez a rozmnożony, uczyni sześciogran (cubus) czyli podnieſie ſię do trzeciego ſtopnia, i będzie aaa, czyli a^3. Lecz o tym obszerniey w drugiey Części. Tu tylko oſtrzegam, żeby kto nie rozumiał, iż np. 2a ieſt iedno co aa, albo a^2, gdyż 2a wyraża summę wypadłą z dodania a+a, zaś aa albo a^2 wyraża produkt wypadły z rozmnożenia a przez a, czyli a+a =2a, zaś a×a=aa albo a^2. Nadto wiedzieć należy, że każda we wszyſtkich ilkościach litera nie maiąca żadney zwierzchu liczby przypiſku, za wykładnika domniemanego ma 1, i tak, a iedno ieſt, co a^1, ab iedno, co $a^1 b^1$ i t. d.

VII. Terminy ilkości wielokrotnych dwoiakie są, podobne (ſimiles) i niepodobne (diſſimiles.) Podobne terminy są, ktore z iednychże liter ſkładaią ſię, choć i znaki rożne,

żne, i wykładnikow odmiennych, i społczynnikow maią nie iednakich, tak np. w ilkości trzykrotney $2ab+bd^3-2bd^2$ te dwa terminy $+bd^3-2bd^2$ są sobie podobne, przeto tylko, że z iednych liter, to ieſt: z bd są złożone, choć i znak przed iednym ieſt$+$, przed drugim$-$, i społczynnik przed tamtym domniemany tylko 1, przed tym wyrażny 2, i wykładnik tamtego 3, a tego 2.

Niepodobne zaś terminy są, ktore ſię z odmiennych liter ſkładaią, choć ta odmiana w iedney tylko ieſt literze, np. $abc+abd$; albo choć w iednym terminie są te wszyſtkie litery, co i w drugim, ale albo w pierwszym, albo w drugim inney ieszcze litery iedney lub więcey ieſt przydatek, np. $ab+abc$, i tak daley.

ROZ-

ROZDZIAŁ I.

O początkach Rachunkow Literalnych, to iest: o skracaniu, dodawaniu, odcigganiu, mnożeniu, i dzieleniu ilkości tak poiedynczych, iako i wielokrotnych, czyli o Redukcyi, Addycyi, Subtrakcyi, Multyplikacyi i Dywizyi Algebraiczney.

ZADANIE I.

Jak ilkości wielokrotne skracać, czyli obracać na prostsze i krotsze terminy?

REDUKCYA I.

Zachować w tey mierze dwa potrzeba Przepisy:

PRzepis pierwszy: Terminy dane, i każdą w tychże terminach literę porządkiem abecadła ułoż, tak np. tę ilkość czworokrotną ba+—c—d+—cba według porządku abecadła ułożysz: ab+—abc+—c—d.

Przepis drugi. Uważay, ktore z tych terminow są sobie podobne, czyli iednemi literami wyrażone, a ktore niepodobne, czyli odmianę w literach maiące. 1. Jeżeli odmiana choć iedney litery ieſt w ktorych terminach, iuż terminow takich ſkrocić, czyli na krotsze obrocić nie można, zoſtać więc tak

po-

powinny, iak są dane, tak ilkości za przykład daney: ab+abc+c—d, ſkrocić nie można, iako oczywiſta; zoſtanie więc, iak ieſt. 2. Jeżeli zaś są terminy podobne, uważać znowu masz, czy te terminy są iednoznaczne, czy rożnoznaczne, to ieſt: czy maią znaki przed sobą też same np.+, albo —, wszyſtkie terminy: czy też odmienne np. iedne+, a drugie—, lub przeciwnie. Jeżeli są iednoznaczne, łatwo ie ſkrocisz, czyli na ieden termin obrocisz, gdy społczynnikow wyrażnych lub domniemanych owych terminow, czyli liczby te, ktore przed każdym terminem na początku, albo przed pierwszą iego literą są położone, w iednę summę zbierzesz, a tę summę z literą albo z literami danemi raz tylko wziętemi napiszesz, tak np. maiąc ſkrocić tę ilkość a+2a+5a, dodawszy 1 (domniemanego społczynnika pierwszego terminu) do 2 i 5, a summę=8 z tąż literą a ràz wziętą napisawszy, będzie a+2a+5a=8a. Podobnie: 2x+ab+4ab+7ab (gdzie pierwszy tylko termin nie podobny, a inne są sobie podobne) będzie=2x+12ab. i t. d.

Nie inaczey i z znakiem odciążnym podobnych ilkości czyni ſię redukcya np. x—3bc—2bc—bc=x—6bc. Jeżeli zaś terminy podobne są rożnoznaczne, ſkrocisz ie, czyli zredukuiesz, społczynnika mnieyszego od większego odciągnąwszy, kiedy ilkość trafi ſię tylko dwukrotna, lecz kiedy z więcey ter-

minow

minow będzie złożona, niż z dwoch podobnych, ſkrocisz ie, summę mnieyszą społczynnikow, od większey społczynnikow, przeciwnego znaku summy odciągnąwszy, a resztę z znakiem większey summy, i raz wziętemi literami napisawszy, i tak np. kiedy będzie 3ab—ab, ſkrociwszy, zoſtanie: 2ab, kiedy zaś ſię trafi: 8ab—2ab—3ab—ab, summę—2—3—1=—6 odciągnąwszy od+—8, czyli od 8, będzie: =2ab. Podobnie, kiedy ieſt: 5x+—3x+—2x—4x—x, zebrawszy 5+—3+—2 będzie=10, i znowu—4—1, będzie=—5, a odciągnąwszy 5 od 10, będzie 10—5=5x. Na koniec: ieżeli terminow podobnych lecz przeciwne znaki maiących społczynniki są iednakie, zredukuiesz ie, gdy ie zmażesz np. a+—2b—2b==a, także x—4y—y+—5y=x.

OKAZANIE.

SKracać czyli redukować terminy podobne nic innego nie ieſt, tylko albo ie dodawać, gdy są z iednymże znakiem np. a+—a=2a, —a—a=—2a, albo odciągać, gdy z przeciwnemi są znakami np. a—a=0, —a+—a=0, co przez ſię tak oczywiſta, że nie można o tym zawątpić. Obroćmy albowiem litery na liczby. Niech będzie np. a=6, będzie zatym a+—a=6+—6=12; —a—a=—2a=—6—6=—12; a—a=0=6—6=0, —a+—a=0=—6+—6=0, to ieſt:

wzią-

wziąłeś raz 6, drugi raz 6, toć wziąłeś i masz 12. Wydałeś 6, i znowu 6, toć wydałeś, i iuż nie masz 12, co się wyraża przez znak—12. Wziąłeś 6, a wydałeś 6, albo wydałeś 6, i nie miałeś tylko 6, toć wydałeś wszystko, i nic ci się nie zostało, a zatym wyrażasz 6—6, albo —6+—6=o. Co wszystko wypływa z samey natury znakow, ktore gdy są iednakie, powiększaią ilkości, a zmnieyszaią, albo całe psuią, gdy są przeciwne. Co było do okazania.

ZADANIE II.

Jak ilkości poiedyncze i wielokrotne dodawać?

ADDYCYA II.

I. ALbo te ilkości podobne są, albo nie podobne. Jeżeli nie podobne, czyli odmiennemi literami wyrażone, dodawać ich inaczey nie można tylko wciąż pisząc z znakiem +— np. masz dodać b do a, będzie summa=a+—b, podobnie dodaiąc ab—c, do ad+—cd, będzie summa=ad+—cd+—ab—c, czyli : ab+— ad+— cd—c. Jeżeli zaś ilkości dane są podobne czyli z iednych liter złożone, uważać trzeba znaki, i następuiące zachować przepisy :

Przepis pierwszy : Kiedy są terminy podobne, a znaki iednakie, to iest : albo wszystkie+—, albo wszystkie—, zbieray, zaczą

wszy

wszy od lewey ręki w iednę summę wszystkich tak wyraźnych iako i domniemanych społczynnikow każdego z osobna terminu, a summę onych z tymże samym znakiem, i z literą albo z literami iednego z tych terminow podobnych kładź pod liniyką np. masz dodać ilkość trzykrotną $a+b-c$ do podobney ilkości: $3a+b-c$, ułożywszy iednę pod drugą:

$$\begin{array}{r} 3a+b-c \\ a+b-c \\ \hline 4a+2b-2c \end{array}$$

, i liniyką podkreśliwszy, dodaway pierwszych nayprzod terminow społczynnikow, będzie $1+3=4$, i summę tę z literą a raz wziętą napisz pod liniyką, będzie: $4a$, potym dodaway społczynnikow drugiego terminu, będzie $1+1=2$, a tę summę z literą b znowu pod liniyką napisz, nareszcie zbierz społczynnikow trzeciego terminu $1+1=2$, i z literą $2c$ podpisz, będzie ogulna summa $=4a+2b-2c$.

INNE PRZYKŁADY.

I.

$$\begin{array}{r} 7a-1 \\ 3a-2x \\ \hline 10a-3x \end{array}$$

II.

$$\begin{array}{r} 4x-bc+a \\ x-5bc+4a \\ \hline 5x-6bc+5a. \end{array}$$

III.

$$\begin{array}{r} x+y-z-bd \\ 2x+y-3z-bd \\ 4x+2y-z-4bd \\ \hline 7x+4y-5z-6bd \end{array}$$

Przepis drugi: Kiedy zaś terminow podobnych rożne będą znaki, to ieſt: +—i—, odciągniy wspołczynnika mnieyszego terminu od wspołczynnika terminu większego, a resztę po tym odciągnieniu pozoſtałą z znakiem większego terminu i z literami, ieżeli ich kilka ieſt, albo z iedną literą tegoż terminu pod liniyką napisz, a ieźli kilka terminow podobnych rożnoznacznych ieſt, tedy mnieyszą summę wspołczynnikow odciągniy od większey, i resztę, iak pierwey napisz, będziesz miał summę pozoſtałą; Jeżeli na koniec summy owe wspołczynnikow są sobie rowne, zmaż ie, np. maiąc dodać x—ab+—4cb+—a do 2x+—3ab—cb—a, nayprzod podpisawszy terminy podobne pod podobnemi tym sposobem: - - - - - 2x+—3ab— cb—a
zbieray, zacząwszy od le- x— ab+—4cb+—a
wey ręki; gdzie ponieważ ———————————
pierwsze terminy są iedno- 3x+—2ab+—3cb
znaczne dodawszy ie, będzie summa = 3x, drugie zaś i po nich naſtępuiące ponieważ są rożnoznaczne, więc odciągaiąc wspołczynnikow terminow mnieyszych od wspołczynnikow terminow większych w ktorychkolwiek one są ilkościach, czy w odciążnych, czy w tych, od ktorych odciągać trzeba, a resztę, ieźli zoſtanie, pod liniyką pisząc z literą albo z literami temiż samemi, będzie: —ab+—3ab = +—2ab, —cb+—4cb = +—3cb, +—a—a = o, a zatym summa = 3x+—2ab+—3cb.

INNE PRZYKŁADY.

I.

$$
\begin{array}{r}
ab + 6ac + d + eb \\
- ab + 5ac - 2d - 3eb. \\
\hline
11ac - d - 2eb.
\end{array}
$$

II.

$$
\begin{array}{r}
4x + ay + 3z - ab - d \\
- 2x + ay - z - 2ab + d \\
- x - 3ay - 2z + 4ab + 4d \\
\hline
x - ay \quad + ab + 4d.
\end{array}
$$

II. Ogulny dodawania Algebraicznego sposob ieſt ten: wszyſtkie ilkości do zebrania dane wciąż z temi samemi znakami, z ktoremi są dane napisawszy, ſkroć ie, czyli zredukuy sposobem w Zadaniu pierwszym podanym, co po redukcyi takiey zoſtanie, będzie summą.

PRZYKŁADY.

I.

Terminy dane $ab + c - d$
$b - c + 2d$

Wciąż napisane: $ab + c - d + b - c + 2d$
Summa po redukcyi $= ab + b + d$.

II.

Terminy dane	$ab - ad + 3bd$
	$ad - bd + d^3$
	$ab - ad + d^2$

Wciąż napisane: $ab - ad + 3bd + ad - bd + d^3 + ab - ad + d^2$.

Sum: po reduk: $= 2ab - ad + 2bd + d^3 + d^2$.

Przestroga. Co się tycze wykładnikow, z temi tak w dodawaniu iako i odciąganiu nic się nie czyni, tak się kładą, iak są dane. W czym iednak dwoiaki bywa przypadek, gdyż albo nie podobne ilkości, albo podobne tych samych, lub odmiennych miewaią wykładnikow. Jeżeli podobne ilkości tych samych wykładnikow maią, dodaią się lub odciągaią podług danych przepisow, nie odmieniaiąc bynaymniey wykładnika, ale raz wziętego pisząc, np. $x^2 + 2x^2 = 3x^2$; podobnie $2x^2 - x^2 = x^2$; a ieżeli podobne ilkości odmiennych maią wykładnikow, dodaią się i odciągaią tym sposobem, ktorym terminy nie podobne np. $x^3 + x^2 + x$, dodaią się przez znak $+$, iak gdyby były nie podobnemi terminami, tak i w przykładzie II. $+d^2$ przydane do $+d^3$ przez znak $+$. Podobnie, to iest: przez znak $-$ odciągaią: się $x^3 - x^2 - x$. Już ieżeli ilkości są nie podobne, choćby iednakich miały wykładnikow, ani dodać się nie mogą, ani odciągnąć inaczey, tylko przez znaki np. $x^2 + y$, albo: $y^3 - x^2 - z$. i tam daley.

OKA-

OKAZANIE.

I. *Przepis pierwszy* ieſt oczywiſty. Dodawać albowiem ilkości iednoznaczne nic innego nie ieſt, tylko ie w iednę zebrać summę, a że w iednę summę w ten czas tylko zebrać ſię mogą, gdy ſię współczynniki tychże ilkości wraz dodadzą, czy te wyraźne są czy domniemane, np. a+a, dodaiąc, będzie =2a, gdyż 1+1=2a, także −3a−2a =−5a, gdyż −3−2=−5a. Albowiem obrociwszy literę a na liczbę np. 2, będzie a+a=2a=2+2=4, także −3a−2a= −5a=−6−4=−10 (trzeba bowiem cenę literze naznaczoną tyle razy brać, ile ieſt iedności w współczynniku np. ieżeli a=2, trzeba te 2 brać trzy razy, czyli 2 mnożyć przez 3, kiedy przy a ieſt współczynnik, i tak zawsze.) Więc dodaiąc ilkości same ſię współczynniki dodawać, a litery iednego tylko terminu pisać powinny. C. B. D. O. 2. Co ſię zaś tycze ilkości rożnoznacznych, pewna ieſt, że ilkości dodatne są przeciwne odciążnym, ponieważ znaki ich + i − są przeciwne. Więc gdy takie do zebrania dane bywaią ilkości, albo ſię całe psować muszą, albo po części. Całe ſię zepsuią, gdy podobne i sobie rowne będą, to ieſt: gdy z iednakich i liter i współczynnikow ſkładaią ſię. Przeto a−a mażą ſię, nie dodaią, bo druga ilkość dla przeciwnego znaku pierwszą całą psuie.

Daymy np. że a=+2, będzie a—a=2—2, lecz 2—2 psuią się, i są =0, więc się odciągać nie dodawać powinny. Psuią się zaś po części w ten czas, gdy z danych rożnoznacznych ilkości iedna większa a druga będzie mnieysza np. 5a—2a, nie całe się 5a zepsuią, lecz ta tylko część ktora wyrownywa drugiey ilkości odciążney —2a, a zatym od 5a odciągnąć potrzeba 2a, nie dodawać, a resztę to iest: 3a z większey znakiem pisać. Zkąd iawna, że dodanie ilkości czasem się w odciągnienie zamienia, nie przeto, żeby coś zwyczaynemu liczb dodawaniu przeciwnego było w dodawaniu literalnym, lecz że (co się w liczbach w ten sposob nie przytrafia) w Algebrze dane bywaią do zebrania ilkości nie całkowite, lecz inną iaką zmnieyszone ilkością, np. kiedy dane są 5a+—2a, nie całko-

$$\begin{array}{r} 5a+-2a \\ 3a-\ a \\ \hline \end{array}$$

wite 3a tu trzeba dodawać do 5a+—2a, lecz zmnieyszone ilkością—a, przeto termin—a nie dodawać się do +—2a, lecz od niego odciągnąć powinien (wszakże takie odciągnienie—a od+—2a na iedno wyniesie, iak gdyby toż—a było odciągnione od 3a) reszta będzie z tymże, co i 2a, znakiem, to iest: +—1a, czyli a. Cała zaś tych dwoch danych ilkości summa będzie: 8a+—a=9a. C. B. D. O.

ZADANIE III.

Jakim sposobem odciągać ilkości literalne.

SUBTRAKCYA III.

Odciągnienie Algebraiczne odprawuie ſię przez ſkrocenie czyli Redukcyą, a to tym sposobem: napisawszy terminy odciążne, czyli odciągnąć ſię maiące pod terminami danemi iakieykolwiek ilkości, czy to poiedynczey czy wielokrotney, odmienić trzeba wskyſtkie znaki wyraźne i domniemane położone przed temi terminami, ktore masz odciągnąć, tak, żeby tam był znak —, gdzie był + i przeciwnie, a dopiero uczynić redukcyą, to ieſt terminy podobne iednoznaczne dodać, a rożnoznaczne odciągnąć podług Przepisow Zad. I; pozoſtałe po Redukcyi terminy, będą resztą np. masz odciągnąć a+b od 4a+b, napisawszy ilkość odciążną pod daną większą ilkością, i znaki przed tamtą odmieniwszy tak:

$$\begin{array}{l} 4a+b, \\ -a-b \\ \hline 3a \end{array}$$

redukuy, czyli dla przeciwnych znakow —a odciągniy od 4a, —b także od +b, reszta zoſtanie 3a. Lecz gdyby od teyże samey ilkości 4a+b odciągnąć trzeba było —a—b, odmieniwszy znaki, byłaby ilkość odciążna +a+b, a zatym redukuiąc, dodałaby ſię

do

do $4a+b$, i zamiaſt reszty byłaby summa $= 5a+2b$.

INNE PRZYKŁADY.

I.

Terminy $ab+ab^2-d$ czyli: $ab+ab^2-d$
dane $ab-bc-d$ $\quad -ab+bc+d$

Reszta odmieniwszy znaki, i redukcyą uczyniwszy $= ab^2+bc$.

II.

Terminy $x^2+7b+3d+ac-b^3$
dane. $x^2+6b+6d+ac-b^2$

czyli: $x^2+7b+3d+ac-b^3$
$-x^2-6b-6d-ac+b^2$

Reszta, po znakow odmianie y Redukcyi - $=b-3d-b^3+b^2$ przez Przeſt. Zad. II.

OKAZANIE.

ZE w ilkościach odciążnych, znak + zamienić ſię powinien, w —, i przeciwnie, Przepis ten wyciąga obiaśnienia. Daymy więc że od ilkości a, masz odciągnąć $b-d$, poſtępuiąc więc podług danego przepisu, odciągasz nayprzod b od a, a że te ilkości są sobie niepodobne, przeto na mieyscu reszty piszesz $a-b$, ale tą reszta ieſt większa, niż być po-

powinna, gdyż trzeba było nie całą ilkość b odciągnąć od a, lecz umnieyszoną ilkością d. Zeby więc odciągnienie ilkości b nie było zbyteczne, trzeba koniecznie do ilkości b przydać termin d, ażeby co ſię w ilkości b nad potrzebę odciągnęło od a, przez ten przydatek terminu d było nadgrodzone, a zatym znak — przed terminem d zamienić ſię powinien w przeciwny znak +—. Rzecz ta widocznieysza będzie w zwyczaynych liczbach. Niech będzie a=6, b=5, d=3; odciągaiąc te liczby sposobem Algebraicznym, czyli tym, ktorym odciągałeś b—d od a, będzie: 6—5+—3=4; gdyż od 6 odciągnąwszy 5, zoſtanie 1, a do 1 dodawszy 3, uczyni 4. Gdybyś zaś te dwie liczby 5—3 dane do odciągnienia od 6 z tymże samym znakiem odciążnym położył: 6—5—3, wyraziłbyś tym sposobem, że od 6 odciągnąć trzeba i 5 i 3 to ieſt: 8, czego tu cale nie trzeba, ponieważ 5—3=2, więc 2 tylko od 6 odciągnąć trzeba, a nie 8, a zatym reszta być muſi z znakiem dodatnym=+—4 nie=—2. Więc przed ilkością odciążną znak odmienić trzeba. C. B. D. O.

ZADANIE IV.

Jak ilkości literalne i poiedyncze mnożą się ?

MULTYPLIKACYA IV.

MNożenie Algebraiczne na 4. rzeczach zasadza się 1. na znakach, 2. na współczynnikach, 3. na literach, 4. na wykładnikach; zaczym w mnożeniu czterech się trzymać trzeba Przepisow.

Przepis pierwszy na znaki: Produkt terminow iednoznacznych zawsze być powinien dodatny, przeto $+ \times + = +$ także $- \times - = +$, to iest: mnożąc ilkość dodatną czyli znak $+$ maiącą przez drugą także dodatną, albo odciążną czyli znak $-$ maiącą przez drugą odciążną, w produkcie wypaść powinna ilkość dodatna czyli z znakiem $+$. Produkt zaś terminow rożnoznacznych zawsze być powinien odciążny, przeto $+ \times -$ albo $- \times + = -$, to iest: mnożąc ilkość dodatną czyli maiącą znak $+$ przez odciążną czyli maiącą znak $-$, i przeciwnie, w produkcie powinna być ilkość odciążna czyli z znakiem $-$.

Przepis drugi na współczynnikow. Współczynnik iednego terminu przez współczynnika drugiego terminu sposobem w mnożeniu liczb pospolitych zwyczaynym mnożyć się powinien, a ten przepis zachowuie się we wszy-

ſtkich terminach iakichkolwiek ilkości tak wyraźnych iako i domniemanych współczynnikow maiących.

Przepis trzeci na litery. Litery mnożyć nic innego nie ieſt, tylko porządkiem abecadła łączyć, czyli ieſt to litery ilkości tak mnożney iako i mnożącey wciąż na mieyscu produktu pisać bez żadnego nowego znaku przydatku procz tego, ktory przed terminem każdym podług Przepisu pierwszego kłaść ſię powinien.

Przepis czwarty na wykładnikow. Gdy ilkość iaka z wyraźnym lub domniemanym wykładnikiem ma ſię mnożyć przez drugą podobną wyraźnego lub domniemanego maiącą wykładnika, ilkość taka raz ſię tylko pisać powinna w produkcie z summą obydwoch wykładnikow, ktore nie mnożą ſię, lecz dodaią. Jeżeli zaś ilkości z wykładnikami wyraźnemi lub domniemanemi, temi samemi lub odmiennemi dane do mnożenia sobie będą nie podobne, czyli nie iednakiemi literami wyrażone, te według Przepisu trzeciego łączą ſię z sobą w produkcie z temiż, z ktoremi dane są wykładnikami. Obaczmy iak ſię te Przepisy w przykładach używaią. 1. Niech będzie dana do mnożenia ilkość ab, a mnożąca c, będzie w produkcie tenże sam i znak domniemany i współczynnik, (przez Przepis 1 i 2) a litera c mnożąca złączy ſię z mnożnemi podług porządku abecadła, a zatym $ab \times c = abc$; przeciwnie, ieżeli mnożna bę-

będzie ab, mnożąca zaś $-c$, produkt wypadnie $= -abc$ (przez Przepis 1.) 2. Niech będzie mnożna $-4bc$, mnożąca zaś $-3d^2$, będzie nayprzod $- \times - = +$ (przez tenże Przepis) potym $4 \times 3 = 12$ (przez Przepis 2) a zatym cały produkt $= +12bcd^2$ (przez Przepis 3. i 4.) 3. Niech będzie mnożna $3bc$, mnożąca $-bc^2$, mnożąc więc nayprzod $+$ przez $-$ będzie $= -$, potym 3 przez $1 = 3$, nadto b przez b, i c przez $c^2 = b^2c^3$ (przez Przepis 4.) a zatym cały produkt $= -3b^2c^3$. i t. d.

Przepis piąty na ilkości wielokrotne. Gdy ilkości wielokrotne czyli z wielu terminow złożone dane będą do mnożenia, tak postąpić trzeba. 1. Szukać produktow każdego z osobna terminu, czyli terminy mnożne przez mnożące poiedynczo multyplikować, zaczynaiąc od lewey ręki, i dane wyżey przepisy wszystkie 4 zachowuiąc, a w produktach podobne terminy pod podobnemi, ieśli się trafią podpisuiąc. 2. Szczegulne produkta w iednę zebrać summę, podług daney pod Zadaniem drugim nauki, zaczynaiąc i tu także od ręki lewey. Na koniec ieśli w tym powszechnym produkcie znaydą się terminy podobne, zredukować ie sposobem pod Zad. 1. danym. Przykładem takiego mnożenia niech będzie ta trzykrotna ilkość $a + 3c - d$ maiąca się mnożyć przez dwukrotną: $2a - d$.

$$\begin{array}{r} a+3c-d \\ 2a-d \\ \hline 2a^2+6ac-2ad \\ -ad-3cd+d^2 \end{array}$$

Położywszy ilkości mnożące pod mnożnemi, mnoż przez pierwszy nayprzod termin $2a$ całą ilkość mnożną $a+3c-d$, a nayprzod: $a\times 2a$ czyli a rozmnożone przez $2a=2a^2$ (przez Przepis 1.) potym $+3c\times +2a=+6ac$ (przez Przepis 2 i 3) na koniec $-d\times +2a=-2ad$ (przez Przepis 1.) Powtore mnoż przez drugi termin $-d$, znowu całą ilkość mnożną, będzie nayprzod $a\times -d=-ad$ (przez Przepis 1.) a produkt ten pod podobnym terminem $-2ad$ podpisz, potym $3c\times -d=-3cd$, a produkt możesz wciąż pisać, nie maiąc innego podobnego, na koniec $-d\times -d=+d^2$ (przez Przepis 1. i 4.) Nareście dwa te produkta przez piąty Przepis w iednę zbieraiąc summę czyli redukuiąc, wypadnie ogulny produkt: $2a^2+6ac-3ad-3cd+d^2$, gdyż dwa owe podobne i iednoznaczne terminy w szczegulnych produktach $-2ad-ad$ przez dodanie zamieniły śię w ieden $-3ad$.

INNE PRZYKŁADY.

Ktore ilkości wielokrotne i mnożyć, i do wyższych stopniow wynośić, czyli robić z nich czworograny, sześciograny i t. d. nauczą (patrz Wykład VI.)

I.

DAymy ilkość (ktora iest pierwszym stopniem czyli ścianą) dwukrotną $a+b$, wy-

wynieſieſz ią do drugiego ſtopnia, czyli zrobisz z niey czworogran, gdy ią przez nią samę rozmnożysz podług danych Przepisow. Będzie więc $a+b \times a+b$, czyli:

	$a+b$
Mnożąc przez	$a+b$
A produkt redukuiąc,	a^2+ab
	$+ab+b^2$

Czworgran $= a^2+2ab+b$

Jeżeli zaś zechcesz mieć z teyże daney ilkości $a+b$ sześciogran, czyli ſtopień 3ci, rozmnoż przez nię znaleziony dopiero czworogran, będzie $a^2+2ab+b^2 \times a+b$, czyli:

	$a^2+2ab+b^2$
Mnożąc przez	$a+b$
Redukuiąc zaś	$a^3+2a^2b+ab^2$
te produkta,	$+a^2b+2ab^2+b^3$

Sześciogran $= a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

Gdybyś chciał do czwartego ieszcze ſtopnia też ilkość $a+b$ wynieść, muſiałbyś znowu przez nię rozmnożyć dopiero wyszukany sześciogran.

Będzie więc,	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$
Mnożąc przez	$a+b$
J redukuiąc te	$a^4+3a^3b+3a^2b^2+ab^3$
produkta,	$+a^3b+3a^2b^2+3ab^3+b^4$

Stopień 4ty $= a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$ i tak daley.

II.

II.

Daymy ilkość trzykrotną $a+b+c$, z ktorey trzeba zrobić czworogran, będzie:

$$a+b+c$$

Mnożąc przez $a+b+c$

Redukuiąc zaś $a^2+ab+ac$

te produkta, $+ab+b^2+bc$

$$+ac+bc+c^2$$

Czwor. $= a^2+2ab+2ac+2bc+b^2+c^2$

Ten zaś rozmnożony przez $a+b+c$

$$a^3+2a^2b+2a^2c+2abc+ab^2+ac^2$$
$$+a^2b+2abc+2ab^2+2b^2c+bc^2+b^3$$
$$+a^2c+2abc+2ac^2+b^2c+2bc^2+c^3$$

Produkta zredukowane uczynią sześciogran $=$

$$a^3+3a^2b+3a^2c+6abc+3ab^2+3ac^2+3b^2c+3bc^2+b^3+c^3$$

III.

Daymy ilkość dwukrotną rożnoznaczną: $2x-y$, będzie:

Mnożąc $2x-y$

przez $2x-y$

Redukuiąc $4x^2-2xy$

produkta $-2xy+y^2$

Czworogran $=4x^2-4xy+y^2$

Czworogran $= 4x^2 - 4xy + y^2$

A ten mnożąc przez $2x - y$

J redukuiąc $8x^3 - 8x^2y + 2xy^2$

$- 4x^2y + 4xy^2 - y^3$

Sześciogran $= 8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3$

Mnożąc znowu przez tęż ścianę $2x - y$

Redukuiąc $16x^4 - 24x^3y + 12x^2y^2 - 2xy^3$

$- 8x^3y + 12x^2y^2 - 6xy^3 + y^4$

Stop. 4. $= 16x^4 - 32x^3y + 24x^2y^2 - 8xy^3 + y^4$

Podobnym sposobem do wyższych ſtopniow wynoſić można ilkości dane, mnożąc niższe ſtopnie przez tęż samę, ścianę czyli na początku dane ilkości.

OKAZANIE

Przepisow danych nayprzod na znaki, potym na wykładnikow, ponieważ inne przez ſię iasne.

I. CO ſię tycze znakow, nayprzod, że $+ \times - = -$, i $- \times + = -$ tak ſię dowodzi: gdy np. a mnożysz przez $b - c$, i z pierwszego terminu b rozmnożonego przez a wychodzi produkt ab, oczywiſta ieſt, że ten produkt większy ieſt, niż być powinien, gdyż nie cała ilkość b, ale umnieyszona ilko-

kością c mnożyć się miała przez a. Zaczym w produkcie ab tyle razy nadto zamyka się ilkość c, ile razy w tymże produkcie mieści się b. A że ilkość a pokazuie, ile razy b w produkcie ab mieści się (ponieważ b przez a iest rozmnożone, czyli b tyle razy wzięte, ile w a iest iedności) toć ilkość c tyle razy odciągnąć się powinna od produktu ab, ile ma w sobie iedności ilkość a, a zatym ilkość c rozmnożona przez a, czyli $c \times a = ac$ odciągnąć się ma od ab, więc cały produkt z ilkości $a \times b - c$ wyidzie $= ab - ac$, a zatym $-c \times + a = - ac$, więc ogulnie $+ \times - = -$ i przeciwnie $= -$. Co się nierownie iaśniey w liczbach wyda. Daymy więc, że $a = 5$, $b = 6$, $c = 4$, będzie $a \times b - c = 5 \times 6 - 4$. Mnożąc liczby te sposobem Algebraicznym, rozmnożysz nayprzod 5 przez 6, lecz $5 \times 6 = 30$, więc produkt ten większy wypada, niż być powinien, gdyż nie całe 6, lecz zmnieyszone liczbą 4 czyli 2 przez 5 mnożyć się było powinno. Rzetelny tedy produkt z $5 \times 6 - 4$ być powinien $= 10$, a tu wypadł nierownie większy, gdyż $= 30$. Zkądże to zbyteczne produktu powiększenie poszło ? Oto, że liczba 4, ktorą potrzeba było odciągnąć od 6, pięć razy w owym produkcie, to iest: w 30 iest umnieyszona. Zeby tedy produkt należyty był, z 30 pięć razy 4 to iest: 20, odciągnąć trzeba, a reszta, to iest: 10 będzie produktem rzetelnym. Przeto produkt z

$5 \times 6 - 4$

5×6—4 tak ſię wyrazić powinien, 30—20 =10, albo też tak: - - 5
Gdzie oczywiſta rzecz, 6—4
że —4×5 czyli +—5= nie ————
+—20, lecz —20. Więc po- 30—20=10.
wszechnie —×+—, i +—×—=—. C. B. D. O.

II. Ze zaś —×—=+—, czyli że mniey mnożąc przez mniey wypaść powinno w produkcie więcey, zaczynaiącym zda ſię rzecz niepoięta, niechże naſtępuiące zważaią okazanie, a nic im w całey Algebrze nie będzie łatwieyszego do zrozumienia i poięcia. Masz np. do mnożenia daną ilkość a—a przez —b, ponieważ a—a=o więc choć i rozmnożysz a—a przez —b, produkt inny wyiść nie powinien, tylko =o. Bo cyfra sama przez ſię wzięta iako przez liczbę, tak przez literę mnożona nic nie uczyni, tylko cyfrę.

Ale że mnożąc a—a przez —b, wypadać muſi pierwszy termin produktu —ab z znakiem odciążnym — (iako ſię w okazaniu I. dowiodło) toć drugi termin produktu nie może być tylko z znakiem dodatnym +—ab, inaczey, dwa te terminy produktu zepsućby ſię nie mogły, a zatym produkt nie byłby=o, czego tu koniecznie trzeba, gdyż iako ſię wyżey rzekło, a—a=o. Przeto —a rozmnożywszy przez —b, produkt muſi być=+—ab, a zatym ogulnie—×—= +—. Położmy na mieyscu liter a, b, liczby

6 i 4, żeby było $a - ax - b = 6 - 6x - 4$, rozmnożywsy, produkt być powinien $= 0$. Gdyby zaś iak pierwszy termin $6x - 4$ czyni -24, tak i drugi termin $-6x - 4$ miał uczynić -24, toć produkt ten nie mogłby być żadną miarą $= 0$. Gdyż -24 i drugie -24 redukować się powinno przez dodanie (Zadan. 1.) uczyni zatym -48. Więc $-6x - 4$ musi uczynić $+ -24$, a zatym produkt ten: $-24 + -24$ dla przeciwnych znakow zepsuie się, i będzie $= 0$. Dalsza zaś przyczyna tego iest, że ilkości odciążne zmięszane z dodatnemi do mnożenia dane bywaią, trzebaby więc pierwey, niż się rozmnożą, tamte od tych odciągnąć, ale że nie odciągnione pospolicie mnożą się dla tego, że w terminach niepodobnych dane będąc, odciągnąć się nie mogą; więc trzeba koniecznie w produkcie dwoch odciążnych znak odmienić, żeby pokazać, że te ilkości przed mnożeniem miały się odciągnąć, a nie odciągnęły się dla tego, że sobie nie były podobne, to zaś pokazać się inaczey nie może, tylko przez odmianę znaku, gdyż ile razy ilkości niepodobne odciągaią się, odciągnienie ich pokazuie się, i wyraża odmienieniem znaku, iako się okazało pod Zadan. 3. Więc $- \times -$ w produkcie być powinno $= +$. Można tego doświadczyć ieszcze w liczbach, mnożąc ie sposobem Algebraicznym np.

$$\begin{array}{r} 5 - 2 \\ 4 - 3 \\ \hline \end{array}$$

Należałoby tu wprzod 2 od 5, a 3 od 4 odciągnąć, a re-

sztę 3 i 1 rozmnożyć, byłby zatym produkt rzetelny $3 \times 1 = 3$, ale gdy te liczby przed mnożeniem nie odciągnione mnożą się na ten czas, żeby pokazać, że te liczby -2×-3 powinny się były odciągnąć, a zatym (podług Przepisow na odciąganie ilkości w Zadan. 3 danych) znaki przed niemi odmienić tak, żeby, się stały $= +2 \times +3$ potrzeba w produkcie 6 znak odciążny $-$ zamienić w dodatny $+$, więc ogulnie, $- \times - = +$. C. B. D. O.

$$\begin{array}{r} 20-8 \\ -15+6 \\ \hline 5-2=+3. \end{array}$$

III. Co się tycze wykładnikow, te że w mnożeniu ilkości dodawać się, nie rozmnażać powinny, przez samę liter z mnożenia wypadaiących uwagę iaśnie się okazuie. Dane albowiem do mnożenia z wykładnikami ilkości np. $a^2 \times a^3$ mogą się tak wyrazić $aa \times aaa$, lecz aaa mnożąc przez aa w produkcie (przez Przepis 3) wychodzi aaaaa, więc na iedno wyniesie mnożąc, wciąż pisać ilkości bez wyraźnych wykładnikow, albo też samych wykładnikow, z raz napisaną literą w iednę summę dodać, gdyż $a^2 \times ^3$ dodawszy $2+3$, będzie $= a^5 =$ aaaaa. C. B. D. O.

Przestroga 1. Czasem Algebrystowie nic mnożąc ilkości danych do mnożenia, wyrażaią tylko, że się mnożyć powinny, przez liniiki ciągnione wierzchołkiem ilkości mnożney i mnożącey, złączonych znakiem $+$ np.

$$\overline{+3c-d}+\overline{bc-d}.$$

ZA-

ZADANIE V.

Jakie są ſpoſoby dzielenia literalnego?

DYWIZYA V.

I. Literalne dzielenie ilkości, zwłaſzcza poiedynczych, czynić ſię może ſpoſobem naſtępuiącym: dane do podziału ilkości ułoż kształtem łamaney liczby tak, żeby nad liniiką podzielna, czyli do podzielenia dana, a niżey liniiki dzielnicza, czyli ta, przez ktorą dzielić trzeba, ilkość była położona, np. maiąc ilkość 6abc, dzielić przez 3ab, można nakształt frakcyi 6abc nad liniiką, a pod nią 3ab położyć, będzie znaczyć, że 6abc podzielić potrzeba przez 3ab.

$$\frac{6abc}{3ab}$$

Dzielić więc tym ſpoſobem ilkości, nic innego nie ieſt, tylko ie na frakcye obrocić. A że frakcye, gdy są w wielkich terminach, na mnieyſze ſię obracaią, toć i z Algebraicznemi podobnie uczynić trzeba terminami, to ieſt: na mnieyſze ie terminy obrocić należy, w czym tak, iak w mnożeniu, czterech trzeba ſię trzymać Przepisow.

Przepis pierwszy tenże sam, ktory dany był pod Zadan. 4. *na znaki*: wieloraz z podziału terminow iednoznacznych wypadły powinien być zawſze dodatny, a zatym

$\frac{+}{+} = +$, i $\frac{-}{-} = +$ czyli więcey podzielone przez więcey, i mniey przez mniey = więcey. Wieloraz zaś z podziału terminow rożnoznacznych wypadły, powinien być zawsze odciążny, a zatym $\frac{+}{-} = -$, i $\frac{-}{+} = -$, czyli więcey podzielone przez mniey, i mniey przez więcey = mniey.

Przepis drugi na wspołczynnikow. Jeżeli wspołczynnik ieden przez drugiego bez reszty podzielić ſię może, tedy ſię dzieli, a Wieloraz z takiego podziału wypadły nowym będzie wspołczynnikiem tey ilkości (w iakichkolwiek ona terminach znayduie ſię, czy w podzielnych, czy w dzielniczych) ktora miała większego wspołczynnika. Jeżeli zaś bez reszty podzielić ſię nie mogą, zoſtawuią ſię obydwa wspołczynniki tak, iak były, kształtem łamaney liczby wyrażone. Jeżeli na koniec oba wspołczynniki trafią ſię rowne, oba ſię psuią i mażą, gdyż dzieląc ie w samey rzeczy, Wielorazem byłaby iedność, ktora ſię wyraźnie przed ilkością nie pisze (Wykład V.)

Przepis trzeci na litery: Litery, iak ſię iuż namieniło, pisać ſię nakształt liczby łamaney powinny, ktore albo są iednakie tak w podzielney ilkości, iako i w dzielniczey,

albo

albo odmienne. Jeżeli ktore będą iednakie, czyli też same w obydwoch ilkościach, psuią ſię i mażą, a inne litery, ieźli ſię znaydą, w tychże ilkościach odmienne, na mieyscu wieloraza ſię piszą; ieźli zaś innych liter niemasz, ani wyraźnego współczynnika nie było, na mieyscu wymazanych liter kładzie ſię 1.

Przepis czwarty na wykładnikow. Jeżeli ilkości dzielą ſię, maiące wyraźnych lub domniemanych wykładnikow, odciągniy mnieyszego wykładnika od większego, w ktorymkolwiek terminie będzie czy w podzielnym, czy w dzielniczym, a resztę na mieyscu większego połoź z tą samą literą raz tylko wziętą, zmazawszy ią tam, gdzie z mnieyszym była wykładnikiem, a na iey mieyscu napisawszy 1, gdy inney w tymże samym terminie niemasz litery, iako ſię rzekło w Przep. 3. kiedy zaś iedne są litery z iednakiemi wykładnikami, tak wykładniki iako i litery ſię mażą, a na mieyscu liter kładzie ſię 1. Już ieżeli z wykładnikami odmienne trafią ſię litery w obydwoch terminach, dzielić ſię takie ilkości nie mogą, zostaią więc naksztalt liczby łamaney ułożone, z znakami wprzod i współczynnikami uczyniwszy to, co ſię podług Przep. 1 i 2 uczynić mogło.

PRZYDŁADY.

I. DAymy do dzielenia ilkość $4ac^3b^2d$ przez $-2cb^3d$, będzie nayprzod:

$\frac{4ac^3b^2d}{-2cb^3d}$. Powtore : $\frac{+}{-} = -$, a zatym Wieloraz musi być odciążny, przez Przepis 1. Potrzecie : $\frac{4}{2} = 2$ przez Przepis 2, a zatym tak się iuż wyrazi : $\frac{-2ac^3b^2d}{cb^3d}$. Poczwarte zepsuie się i zmaże d w terminach obydwoch podzielnym i dzielniczym przez Przepis 3, zostanie więc $\frac{-2ac^3b^2}{cb^3}$. Nareszcie odciągaiąc współczynnikow mnieyszych od większych, to iest: domniemanego 1 ilkości c od 3 teyże ilkości w terminie podzielnym, i 2 ilkości b w tymże terminie od 3 ilkości także b będącey w terminie dzielniczym, zostanie: $\frac{-2ac^2}{b}$, i to iest: Wieloraz z podziału wypadły przez Przepis 4, gdzie na mieyscu wymazaney litery c w terminie podzielnym nie kładzie się iuż 1, gdyż zostaie ieszcze w tymże terminie ilkość b.

II. Daymy do dzielenia $-12a^2$ przez $-12a^3b$; będzie 1. $\frac{-12a^2}{-12a^3b}$, 2. $\frac{-}{-} =$

$+-$, 3. $\frac{12}{12}=1$. 4. $\frac{a^2}{a^3}=3-2=1=a$

przez Przepis 4, a zatym wieloraz $=\frac{1}{ab}$, gdzie znak wyraźnie nie kładzie się przez wykład V, a 1 wyraża się, gdyż żadna w podzielney ilkości nie została litera.

III.

$$\frac{3abc}{3abc}=\frac{1}{1}=1.$$

IV.

$$\frac{-4bd}{2bd}=\frac{2}{1}=-2.$$

V. $\frac{3ab}{5a}=\frac{3}{5}b$. VI. $\frac{-4bd}{-1}=4bd$, i t. d.

Tychże samych Przepisow trzymaiąc się, można by i wielokrotne ilkości dzielić, zwłaszcza kiedy wiele liter w podzielnych i dzielniczych terminach trafi się iednakich, np. dzieląc $ax-2abx$ przez $ax+-axx$, będzie: $\frac{ax-2abx}{ax+-axx}$

czyli

czyli wymazawszy w obydwoch terminach ilkości tak podzielney, iako i dzielniczey ax podług Przepisu 3. zostanie $\frac{1-2b}{1+x}$, czyli $=1-\frac{2b}{x}$, gdyż $\frac{-}{+}=-$ przez Przepis 1. Gdyby zaś było: $\frac{ax-2abx}{ax}$ ponieważ dzielnik ax należy do całey podzielney ilkości, i cała ta frakcya rowna tym dwom: $\frac{ax}{ax}-\frac{2abx}{ax}$, trzebaby obydwa terminy podzielne przez ax podzielić, wieloraz zatym byłby $=1-2b$. Lecz ten sposob dzielenia literalnego ilkości wielokrotnych, z wielu osobliwie terminow złożonych mogłby zaczynaiących w zawiłości i omyłki iakie wprawić, więc w dzieleniu takich ilkości z większą łatwością i pewnością swey roboty następuiącego używać mogą sposobu.

II. Drugi sposob dzielenia literalnego ilkości zwłaszcza wielokrotnych podobny co do ułożenia terminow, i niektorych innych okoliczności do zwyczayney w Arytmetyce Dywizyi iest ten: Daymy np. ilkość sześciokrotną do podziału $an+bn-ar-br+a+b$, przez dwukrotną $a+b$. Ułoż nayprzod dane ilkości tak, iak się układaią liczby do dzie-

dzielenia dane w Arytmetyce, to ieſt: tak, żeby we śrzodku była ilkość podzielna, dzielnik zaś po lewey, a wieloraz po prawey ſtronie, obydwa kreſkami oddzielone, czego masz wizerunek naſtępuiący:

```
a+b | an+bn−ar−br+a+b | +n−r+1.
      −an−bn+ar+br−a−b |
      ————————  ————————  ——————
         o         o        o
```

Powtore: dziel nayprzod pierwszy termin ilkości podzielney, to ieſt: an przez pierwszy termin dzielnika czyli przez a, maiąc w pamięci Przepis wyżey na znaki dany, że $\frac{+}{-}$ — i przeciwnie, $=$ —, i $\frac{-}{-}$ $=$ +, pierwszym terminem wieloraza będzie +n, gdyż $\frac{a}{a}$ mażą ſię przez Przepis 3.

Potrzecie: przez ten termin wieloraza +n rozmnoż całego dzielnika a+b, zachowuiąc Przepisy na mnożenie dane pod Zad. 4, a produkt ztąd wypadły odmieniwszy znaki odciągniy od terminow podobnych ilkości podzielney, iakie tu są dwa pierwsze, po odciągnieniu nie zoſtaie nic tylko cyfra przez Zad. 3. Poczwarte: przez tenże pierwszy termin dzielnika, to ieſt przez a, dziel podobny, ktory z pozoſtałych podzielny, iaki tu

ieſt

ieſt $-ar$, będzie drugi termin wieloraza $-r$ przez Przepis 1 i 3, a przez toż $-r$ rozmnożywszy całego dzielnika $a+b$, i produkt $-ar-br$ po odmienieniu w nim znakow odciągnąwszy od terminow podzielnych podobnych, to ieſt: od $-ar-br$, nic nie zoſtanie. Na koniec przez toż a dziel z resztuiących terminow podobny $+a$, będzie oſtatni termin Wieloraza $+1$ przez Przepis 3, a przez tenże termin rozmnożywszy całego dzielnika, i produkt $+a+b$ odciągnąwszy iak wyżey, po odmienieniu znakow, od reszty terminow podzielnych, nic nie zoſtanie, a zatym cały wieloraz będzie $=n-r+1$

INNE PRZYKŁADY.

I.

Dzielnik | Ilkość podzielna | Wieloraz

$2a+3b \mid 4a^2+12ab+9b^2 \mid 2a+3b.$

$-4a^2-6ab$

0

Reszta $+6ab+9b^2$

$-6ab-9b^2$

$0 \quad 0$

II.

Dzielnik Ilkość Podzielna Wieloraz.

$ab + 2d - 3c$

$|\ ab^2 - abc - 3bc + 2bd + 3c^2 - 2cd \ | \ b - c$

$|\ -ab^2 \quad + 3bc - 2bd \quad |$

o o o

Reszta: $-abc + 3c^2 - 2cd$

$+abc - 3c^2 + 2cd$:

o o o

III.

Dzielnik Ilkość Podzielna Wieloraz.

$x^2 - y$

$|\ abx^2 + cx^2 + dx^2 - aby - cy - dy \ | \ ab + c + d$

$|\ -abx^2 \quad + aby \quad |$

o o

Resta: $+cx^2 + dx^2 - cy - dy$

$-cx^2 \quad + cy$

o o

Reszta: $+dx^2 - dy$

$-dx^2 + dy$

o o

IV.

IV.

Dziel.	Ilkość Podzielna	Wieloraz.
$x-2y-3z$	$ax-2ay-3az+bx-2by-3bz-cx+2cy+3cz$	$a+b-c$
	$-ax+2ay+3az-bx+2by+3bz+cx-2cy-3cz$	
	$0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0$	

OKAZANIE.

Przepisow danych na dzielenie ilkości literalnych.

I. DAło się widzieć w dzieleniu ilkości tak pierwszym iako i drugim sposobem, że odprawienie tegoż dzielenia naypierwey na znakach zależy, to iest: na tym Przepisie, że $\frac{+}{-}$, i $\frac{-}{+} = -$, a $\frac{-}{-} = +$ ktory wypływa z przepisu danego na znaki w mnożeniu ilkości, i kto tamtego okazanie zrozumiał, tym samym i ten iuż zrozumiał. Ponieważ bowiem produkt wypadaiący z rozmnożenia wieloraza przez dzielnika rowny być powinien ilkości podzielney, idzie zatym, że wieloraz wypadły z podziału ilkości odciążney przez odciążną być powinien dodatny. Daymy albowiem, żeby niedodatny, ale był odciążny, więc rozmnożywszy przez niego dzielnika odciążnego, produkt musiałby być dodatny (przez

Okaz. 2. Zad. 4.) a zatym nie byłby rowny ilkości podzielney, ktora ieſt odciążna nie dodatna, przeto brak znacząca i mnieysza od cyfry np. dzieląc —6a przez —3a, ieżeli wieloraz wypadły ==—2a, a nie +—2a, toć rozmnożony przez swego dzielnika tenże wieloraz uczyniłby +—6a, toć nie byłby rowny ten produkt ilkości podzielney —6a, bo tamten znaczy rzetelną summę, a ta brak czyli mniey, niż nic; więc wieloraz wypadły z dzielenia ilkości odciążney przez odciążną powinien być dodatny. C. B. D. O. Podobnie okazać można, że dzieląc ilkość odciążną przez dodatną i przeciwnie, wieloraz być powinien odciążny, gdyż inaczey produkt z wieloraza i dzielnika wypadły podzielney ilkości nie byłby rowny i t. d.

II. Przepis drugi przez ſię iasny. Co ſię tycze 3ciego, literalne dzielenie naybardziey natym zależy, aby z dzielnika i podzielney ilkości iednakie wymazać, a odmienne za wieloraz napisać litery. Nie idzie iednak zatym, żeby wymazawszy iednakie litery, gdy innych od wymazanych odmiennych kilku lub iedney niemasz, pisać ſię miała na mieyscu, wieloraza cyfra, żeby było np. $\frac{ab}{ab}$ czyli ab|ab|==o, gdyż obydwa te terminy maią domniemanego współczynnika 1, 1 zaś podzielone przez 1 ieſt rowne == 1 czyli :

1

$\frac{1}{1} = 1$, więc i ab|ab|czyli: $\frac{ab}{ab}$ albo

$\frac{1ab}{1ab} = 1$ Jakoż kiedy dzielemy ab przez ab, pytamy się wiele razy mieści ab w ab, ilkość zaś każda raz się w sobie samey mieści, a zatym $\frac{ab}{ab} = 1$. C. B. D. O.

III. Co się tycze na koniec wykładnikow, oczywista rzecz, że te w dzieleniu odciągnąć się, nie dzielić powinny. Dane albowiem do podziału ilkości np. $\frac{a^5}{a^2}$ mogą się tak wciąż pisać: $\frac{aaaaa}{aa}$, a zatym dzieląc ie podług Przep. 3., to iest: iednakie litery wymazuiąc, wieloraz będzie $=$aaa czyli a^3, to iest: reszta po odciągnieniu 2 wykładnika iednego terminu od 5 wykładnika drugiego; więc dzieląc ilkości, wykładniki onych odciągać się powinny, nie dzielić, i mogą się tak wyrażać $a^{5-2} = a^3$. C. B. D. O.

Przestroga 1. Lubo zachowawszy tak w mnożeniu iako i dzieleniu ilkości, dane i okazane Przepisy, nie trzeba się bać, ani w produktach, ani w wielorazach żadney omyłki, atoli dla ugruntowania w Rachunkach literalnych,

nych, zaczynaiących Algebrystow, nie zawadzi, aby umieli mnożenia i dzielenia odprawionego doświadczać. A nayprzod mnożenia doświadczą łatwo, kiedy produkt podzielą przez ilkość mnożącą; ieśli dobrze odprawione mnożenie, wypadnie im za wieloraz mnożna, i przeciwnie, wypadnie im mnożąca, kiedy produkt podzielą przez mnożną. J tak w Przykładzie III. pod Zad. 4. Czworogran $4x^2-4xy+y^2$, ktory ieſt produktem ilkości $2x-y$ rozmnożoney przez nię samę; będzie dobrym, ieżeli podzielony przez $2x-y$ wroci ilkość mnożącą. Wszakże:

$2x-y$	$4x^2-2xy+y^2$	$2x-y$
	$-4x^2+2xy$	
	0	

Reszta: $-2xy+y^2$

$+2xy-y^2$

$0 \quad 0$

Nie mniey dobrze i sześciogran $8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3$ przez rozmnożenie czworogranu $4x^2-4xy+y^2$, i ściany iego $2x-y$ zrobiony pokaże ſię, ieśli podzieli ſię albo przez ścianę, i wypadnie czworogran, albo przez czworogran i wypadnie ściana. Niech będzie:

$$4x^2-4xy+y^2$$

$$\begin{array}{l|l} 8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3 & 2x-y. \\ -8x^3+8x^2y-2xy^2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Reszta : $-4x^2y+4xy^2-y^3$

$$+4x^2y-4xy^2+y^3$$

$$0 \quad 0$$

Powtore : Dzielenia dobrze odprawionego doświadczy, kto wieloraz rozmnożywszy przez dzielnika, znaydzie produkt rowny ilkości podzielney, tak chcąc doświadczyć, czy dobrze podzielona ilkość wielokrotna w Przykładzie pod Zadan 5., potrzeba wieloraz: $n-r+1$ rozmnożyć przez dzielnika $a+b$, będzie:

$$\begin{array}{c} n-r+1 \\ a+b \\ \hline an-ar+a+nb-br+b \end{array}$$

Produkt rowny ilkości podzielney, i tam daley.

Przestroga 2. Czasem Rachmistrze Literalni przydłuższe ilkości do dzielenia dane, nie czyniąc tegoż dzielenia, ani kształtem łamaney liczby nie wyrażaiąc, pokazuią tylko przez znaki, iż się dzielić powinny. Znaki zaś te są $(2ab+cd-ab-d):(a-c,)$ z ktorych pierwszy ilkości podzielney, a drugi dzielniczey iest wyrazem. Podobnych znakow i do wyrażenia ilkości do mnożenia da-

nych

nych używaią, z tą tylko rożnicą, że między ilkością podzielną i dzielnikiem, dwoch kropek nie kładą.

Przestroga 3. Po tych pierwszych Algebry początkach, daią niektorzy obszerne nauki o łamanych ilkościach, czyli o frakcyach Algebraicznych, ale mniey potrzebnie; gdyż Ci, ktorzy Algebry uczyć się zaczynaią, umieią, i umieć koniecznie pierwey powinni początki pospolitey Arytmetyki; a zatym i naukę o łamanych liczbach, do ktorey nauczenia się nie brakuie książek w Oyczystym nawet ięzyku wydanych. Tę zaś umieiąc, możnaż nie umieć frakcyi Algebraicznych? Wszakże, cokolwiek czyni się z frakcyami w Arytmetyce, toż samo czynić trzeba i z ilkościami łamanemi w Algebrze. Kto więc tamte do iednego np. Mianownika obrocić potrafi, potrafi i te; kto umie tamte dodawać, odciągać i t. d., tym samym umie i tych dodanie, odciągnienie i t. d., zwłaszcza, że rzadko frakcye w rezolwowaniu, osobliwie Problematow, z samych się składaią liter, pospolicie liczby za Licznikow albo Mianownikow miewaią.

Do tego, naywiększa prawie umienia literalnych frakcyi iest potrzeba, żeby wiedzieć, iak też frakcye z Ekwacyi wyrugować, gdzie pospolicie Algebrystowie do iednego Mianownika frakcye wszystkie pracowicie obracaią, dopiero odciągaiąc iedne od drugich, lub dodaiąc, podług rożności zna-

kow, gubią ie i z Ekwacyi ruguią; na to zaś krotszy nie rownie i arcy łatwy da się w następuiącym Rozdziale sposob. Przeto nauka o frakcyach Algebraicznych przykładem innych Rachmistrzow literalnych dawana, dla czytaiących tę książkę, a pospolite frakcye umieiących, stałaby się nie przydatną, i cale nie użyteczną, dla tego opuszcza się.

ROZDZIAŁ II.

O Rezolwowaniu Problematow w ogulności.

WYKŁAD

Słow do tey Algebry części potrzebnych.

I. PRoblema iest Zagadnienie względem ilkości iedney lub kilku niewiadomych, ktoreby z innych iuż wiadomych, za pomocą Algebry mogły być wyprowadzone i odkryte np. Gdy cię kto zagadnie, ktora to iest liczba, ktoraby dwiema ze czterech swoich części zwiększona uczyniła 60? będzie to Problema do rezolwowania ci dane, czyli będzie to Zagadnienie, ktoreś rozwiązać, i przez Algebrę ułatwić powinien.

II. Oczywista zaś rzecz iest, że z danych wiadomych ilkości niewiadomey doyść i wynaleść żadną miarą nie można, ieżeli między

dzy

dzy niewiadomą i wiadomemi związki iakieś, i wzaiemne iedney do drugich względy nie zachodzą. Takie względy czyli związki, warunkami Zagadnienia (conditiones Problematis) nazywaią ſię np: w Zagadnieniu wyżey położonym warunek ten był: ażeby liczba, ktorą masz wynaleść, dwiema z czterech swoich części powiększona wyrownała summie 60. Tym warunkom gdy ſię dosyć ſtanie, będzie Zagadnienie ułatwione (Problema solutum.)

III. W każdym danym Zagadnienia warunku, muſi być iakieś dwoch lub kilku ilkości porownanie. Porownanie to Staropolſkim ſłowem nazywa ſię Pomiarem (Æquatio) idzie zatym, że każde Zagadnienie na tyle ekwacyi czyli pomiarow obrocić ſię może, ile w nim będzie warunkow; to ieſt: każdy warunek mieć może swoy pomiar, a każdy pomiar wyraża ſię znakami rowności $=$, np. gdy Cię kto zagadnie, ktore są dwie liczby, ktorychby summa była$=10$., a przewyżka $=2$, dwa tu będą warunki, a zatym i dwa pomiary maiące swoie części (membra æquationis) iednę przed znakiem$=$, drugą po tymże znaku.

Cała iuż sztuka rezolwowania Problematow, zależy na czterech szczegulnieyszych Przepisach, ktore, gdy doſkonale zrozumiane i zachowane będą, przytrudne nawet, łatwo ſię mogą rezolwować Zagadnienia.

Przepis pierwszy. Na rezolwowanie Problematow w ogulności, to ieſt: o zakładaniu liter za ilkości niewiadome i wiadome.

Trzeba wszyſtkie warunki Zagadnienia dobrze roztrząsnąć i zrozumieć, a potym literami tak wiadome, iako i niewiadome wyrazić ilkości, czyli: I. Maiąc do rezolwowania dane sobie Problema, zważay dobrze, o czym Cię zagadniono, iaki cel pytania, iakie rzeczy zapytanych iſtotne warunki. II. To wyrozumiawszy, miarkuy, ktore są ilkości wiadome, a ktore niewiadome, i te, ktore wiadome są, wyraź pierwszemi abecadła literami a, b, c, ktore zaś niewiadome, wyraź oſtatniemi, x, y, z, np. zagadnie Cię kto, ktore dwie takie liczby są, ktorych summa = 15, a produkt = 56, zważywszy Zagadnienie, kładź za liczby, litery, za wiadome kładź a, b, za nie wiadome x, y, będzie więc 15 = a, 56 = b, liczba w Zagadnieniu nie wiadoma iedna = x, druga = y, ktorych liter w całey dalszey rachubie będziesz zamiaſt liczb używał. Założenie zaś to liter za liczby, żebyć z pamięci nie wypadło, na karcie zanotuy.

Przeſtroga. Nie zawsze odmiennemi literami odmienne w Zagadnieniu wyrażać trzeba ilkości. Można czasem dla ſkrocenia literalnego rachunku, iedną literą kilka wyrazić rzeczy, zwłaszcza niewiadomych, a to w tych przypadkach; 1. Kiedy w Zagadnieniu dwie są niewiadome ilkości, a iedna z

nich

nich, we dwoie, we troie, we czworo i t. d. większa nad drugą, w ten czas mnieyszą nazwać możesz x, a drugą nie y, lecz 2x, albo 3x, albo 4x i t. d. lub kiedy iedna ilkość większa, a druga będzie przez połowę mnieysza, w ten czas pierwszą mianować możesz x, a drugą $\frac{x}{2}$. Podobnie, gdyby iedna ilkość była całkowita, a inne trzecią, czwartą, piątą, lub mnieyszą ieszcze iaką częścią iey, w ten czas pierwsza będzie x, druga zaś, albo $\frac{x}{3}$, albo $\frac{x}{4}$ albo $\frac{x}{5}$ i t. d. 2. Kiedy będą niewiadome iakie ilkości, z wiadomą przewyżką np. z przewyżką d, w ten czas ieżeli większą nazwiesz x, mnieyszą nazwać możesz $x-d$, i przeciwnie, mnieyszą nazwawszy x, większą nazwiesz $x+d$. Niezawodna bowiem rzecz ieſt, że z dwoch ilkości nierownych, mnieysza zawsze wyrowna większey, ieśli przewyżkę, albo pierwszey dodasz, albo od drugiey odciągniesz. Niech będą np. liczby 6 i 4, przewyżka ich będzie 2 więc $4=6-2$, i $6=4+2$.

Przykłady na pierwszy Przepis.

ZAGADNIENIE I.

PEwny Oyciec trzem Synom swoim zoſtawił dziedzictwo wartuiące 800. Czerwonych

nych Złotych, z tym warunkiem, aby drugi Syn 100. Czerwonych Złotych więcey wziął za pierwszego, a trzeci tyle sam ieden, ile razem pierwſi obydwa, pytam, wiele ſię każdemu z nich ma doſtać?

REZOLUCYA.

Ilkości wiadome w tym Zagadnieniu są Czerwonych Złotych 800., i 100., niewiadome zaś każdemu z takiego podziału przypadaiące summy. Załoź więc za 800. Czerwonych Złotych a, za 100. Czerwonych Złotych b, summę zaś pierwszemu Synowi przypadaiącą nazwiy x; kiedy więc pierwszego summa ieſt x, drugiego będzie x+b, trzeciego x+x+b, czyli 2x+b.

ZAGADNIENIE II.

PEwny Oyciec 30. laty ſtarszy ieſt od Syna swego, ktoremu ieżeli do lat iego przydasz połowę ieszcze wieku iego własnego, i oprocz tego $\frac{1}{4}$ część wieku Syna iego, będzie miał Oyciec ow lat 80. Pytam, ile ow Oyciec, a ile Syn iego ma lat?

REZOLUCYA

Ilkości wiadome w tym Zagadnieniu są 30. i 80., niewiadome wiek Oyca, i wiek Syna.

na. Za lat więc 30, ktore są przewyżką wieku Oycowſkiego nad wiek Synowſki, założ d, a za 80. założ a, za wiek zaś Oyca x. Więc podług warunkow Zagadnienia połowa wieku Oycowſkiego będzie $\frac{x}{2}$, wiek Synowſki będzie $x-d$, czwarta część wieku Synowſkiego będzie $\frac{x-d}{4}$.

ZAGADNIENIE III.

PAſterz ſpytany, wieleby miał owiec, tak odpowiedział, gdybym miał drugie tyle, ile mam, a do tego $\frac{1}{2}$ i $\frac{1}{4}$ część ich, a nadto ieszcze iednę, miałbym ich 100. Pytam wiele wszyſtkich miał owiec?

REZOLUCYA.

Niech będzie $100 = a$, zapytana owiec liczba $= x$, liczby tey połowa czyli $\frac{1}{2}$ będzie $= \frac{x}{2}$, a $\frac{1}{4}$ czyli czwarta część $= \frac{x}{4}$ przez Przeſtrogę wyżey daną. Tym

spo-

sposobem i w innych Zagadnieniach pierwszy Przepis zachować potrzeba, na to pilnie wglądaiąc, żeby iedną literą wyrażać kilka niewiadomych ilkości, żeby zatym przez ieden pomiar rezolwować śię mogło Zagadnienie. Gdy zaś żadną miarą wyrazić ich iedną nie można literą, dana będzie potym obszernieysza nauka, iak śię maią rożne litery za rożne niewiadome ilkości zakładać.

Przeſtroga. Zagadnienia te trzy dobrze sobie trzeba w bić w pamięć, gdyż w naſtępuiących Przepisach wracać śię do nich, i rezolwować ie będziemy.

Przepis drugi. Na rezolwowanie Problematow, to ieſt: o układaniu pomiarow, czyli ekwacyi.

Trzeba Zagadnienia dane na pomiary, czyli ekwacye obrocić, to ieſt: poznawszy iuż Zagadnienia iſtotę i cel zamierzony, a ilkości (podług pierwszego Przepisu) literami wyraziwszy, patrz, ktore wiadome z ktoremi niewiadomemi ilkościami masz porownywać, a z samych warunkow Zagadnienia wyrozumiawszy, ktore z ktoremi maią być porownane, układay ie w osobne pomiary. W takim pomiarow ułożeniu naywiększa zachodzi trudność, ale ią ułatwią rozliczne, ktore śię w przeciągu tey nauki dawać będą, Przykłady. Wroćmy śię do zawziętych Problematow.

W pierwszym Zagadnieniu, pierwszego Syna summa z dziedzictwa Oycowskiego nań

spa-

spadaiąca iest $=x$, drugiego $x+b$, trzeciego $=2x+b$, a podług Zagadnienia warunku, wszystkich trzech Synow dziedzictwo razem wzięte 800. Czerwonych Złotych $=a$, toć oczywista iest, że w tym Zagadnieniu summy szczegulne na Synow spadaiące ieszcze niewiadome porownywać trzeba z wiadomą ogulną summą zostawionego dziedzictwa, a zatym taki tu wypada pomiar: $x+x+b+2x+b=a$, czyli w pierwszey pomiaru części zredukowawszy przez dodanie podobne terminy będzie: $4x+2b=a$.

W drugim Zagadnieniu, wiek Oyca $=x$, połowa iego wieku $=\frac{x}{2}$, wiek Syna $=x-d$, czwarta część iego $=\frac{x-d}{4}$. Ponieważ więc podług warunkow Zagadnienia wiek Oyca, i wieku iego połowa wraz z $\frac{1}{4}$ czyli z czwartą częścią wieku Synowskiego ma uczynić 80. lat, czyli być $=a$, będzie zatym pomiar w tym Zagadnieniu $x+\frac{x}{2}+\frac{x-d}{4}=a$.

W trzecim Zagadnieniu, z samego zagadnienia warunku pokazuie się, że zapytana owiec liczba, ktorą my nazwaliśmy x,

dwa

dwa razy ſię bierze, dodawszy więc do niey przez znak $+ \frac{1}{2}$, to ieſt: teyże liczby połowę i $\frac{1}{4}$ to ieſt: czwartą część, do tego 1, wypadnie naſtępuiący pomiar $2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = a$.

AXIOMATA.

CZyli przez ſię iasne prawdy, i z nich wnioſki dowodnie okazane, ktore dla ułatwienia i ugruntowania naſtępuiącego Przepisu przed nim ſię tu kładą.

Axioma pierwsze. Jeżeli rownym ilkościom też same albo rowne ilkości dodadzą ſię, summy będą rowne, np. ieżeli $a + b = c - d$, dodawszy obydwom tym ilkościom e, będą rowne ich summy; $a + b + e = c - d + e$.

Axioma drugie. Jeżeli od rownych ilkości, taż sama, albo inne rowne ilkości odciągną ſię, reszty czyli przewyżki ich będą także rowne, np. od tych obydwoch dwukrotnych ilkości $a + b = c - d$ odciągnąwszy e, będzie $a + b - e = c - d - e$.

Obydwie te prawdy na owych niezawodnych w Matematyce dwoch Axiomatach gruntuią

tuią się. 1. *Jeżeli do rownych sobie rzeczy dodasz rowne, te tak powiększone rowne sobie będą.* 2. *Jeżeli od rownych sobie rzeczy uymiesz części rowne, reszty z nich pozostałe będą sobie rowne.*

Wniosek pierwszy, Każdy pomiaru termin z iedney tegoż pomiaru części przeniesiony do drugiey z znakiem przeciwnym, niepsuie rowności tychże części, np. niech będzie pomiar: $a+b=c-d$. Możesz termin d, odmieniwszy iego znak z drugiey części przenieść do pierwszey części, będzie ztym wszystkim: $a+b+d=c$. Podobnie b z pierwszey możesz do drugiey przenieść części z odmienionym znakiem, przecięż będzie: $a+d=c-b$.

Okazanie tego Wniosku. Termin albowiem, ktory chcesz z iedney pomiaru części przenieść do drugiey, albo iest dodatny, albo odciążny. Jeżeli dodatny, gdy go z iedney pomiaru części do drugiey przenosisz, na iedno wyidzie, iak gdybyś go od obydwoch części odciągnął, np. gdy z pomiaru $a+b=c$ termin dodatny b, odmieniwszy znak, przenosisz, oczywista nayprzod, że go odciągasz od pierwszey pomiaru tego części, gdyż go z tamtąd bierzesz; powtore odciągasz go i od drugiey części, gdyż go tu przydaiesz z znakiem $-$, przydać zaś dodatney ilkości, ilkość $-b$, iest to iedno, co odciągnąć od niey ilkość $+b$. Aże nie psuie się rowność części pomiaru, odciągaiąc od oby-

dwoch

dwoch tęż samę ilkość, (przez Axioma drugie) toć termin z iedney części pomiaru do drugiey przenosząc, nie zepsuie się obydwoch części rowność. Co w liczbach iaśniey daie się widzieć. Jako bowiem $6+4=10$, tak i przenioſſszy z znakiem przeciwnym 4, będzie $6=10-4$. Jeżeli zaś termin z iedney do drugiey części maiący się przenieść, ieſt odciążny, przenieść go z odmiennym znakiem do inney części, ieſt iedno, co go obydwom dodać częściom, np. ieżeli w pomierze $a=c-b$ z drugiey części przenieść masz do pierwszey $-b$, wszakże pierwszey owey części dodasz, odmieniwszy znak $+b$, lecz dodasz i drugiey tym samym, ześ iey ten, ktory ią umnieysza, odiął termin; a że nie psuie się rowność części pomiaru, gdy im się taż sama dodaie ilkość (przez Axioma pierwsze) więc nie zepsuie się i w ten czas, gdy ilkość odciążną z iedney do drugiey pomiaru części z znakiem przeciwnym przenieſiesz. Czego doświadczyć i w liczbach możesz. Jeżeli bowiem np. $6=10-4$. toć i $6+4=10$. Całego więc wnioſku prawda iasna okazana.

Axioma trzecie. Jeżeli ilkości rowne przez też same, albo przez rowne ilkości rozmnożone będą, i produkta będą rowne; np. ieżeli $a=b$, i $2a=2b$.

Axioma czwarte. Jeżeli rowne ilkości przez też same lub rowne ilkości podzielone

ne będą, rowne będą i wielorazy, np. ieżeli $a = b$, i $\frac{a}{2} = \frac{b}{2}$.

Dwa te Axiomata na nieodmiennych owych Matematyki prawdach zasadzaią się: *Jeżeli rowne rzeczy przez rowne albo się mnożą, albo dzielą, rowne być nie przestaią.*

Wniosek drugi. Jeżeli ieden, lub więcey terminow, czy to w iedney tylko, czy w obydwoch pomiaru częściach będzie obroconych na frakcye, możesz każdey z osobna frakcyi Licznika nakształt całkowitey liczby napisać, a Mianownika zmazać, nie zepsuiesz bynaymniey rowności obydwoch pomiaru części, byleś tylko insze wszystkie tychże części terminy przez zmazanego Mianownika rozmnożył, np. ieżeli będzie $a + \frac{b}{2} = c$, napisawszy b iak ilkość całkowitą, a przez 2 rozmnożywszy a i c, będzie: $2a + b = 2c$.

Toż czyń, kiedy kilka frakcyi trafi się, maż mianownikow poiedynczo, a wszystkie inne terminy przez tegoż Mianownika zmazanego mnoż, mnożąc zaś frakcyą inszą, samego tylko Licznika trzeba mnożyć, czego masz żywy wizerunek w Zagadnieniach niżey położonych.

Okazanie tego Wnioſku. Zmazać albowiem frakcyi iakiey Mianownika, ieſt to iedno, co tęż frakcyą przez tegoż Mianownika rozmnożyć, np. w frakcyi $\frac{b}{2}$ ieſt to iedno zmazać 2 co przez też 2 całą frakcyą $\frac{b}{2}$ mnożyć. Jeśli albowiem mnożyć ią chcesz, zażyiesz tego mnożenia sposobu, ktory przepisany ieſt na liczby łamane (w Arytmetyce X. Skaradkiewicza na karcie 83. pod Propoz. X.) to ieſt: podłożysz 2 iako całkowitey liczbie iedność, i obydwa terminy dwoch tych frakcyi rozmnożysz, będzie zatym: $\frac{b}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{2b}{2}$ czyli redukuiąc frakcyą na całkowitą ilkość, tymże sposobem, ktorym ſię redukuią liczby łamane, będzie $\frac{2b}{2} = b$

Jedno tedy ieſt zmazać w frakcyi $\frac{b}{2}$ Mianownika 2, co przez tegoż Mianownika 2 całą frakcyą $\frac{b}{2}$ rozmnożyć. Jeżeli więc zmazawszy Mianownika frakcyi między terminami pomiaru iakiego znayduiącey ſię, przez tegoż mia-

Mianownika rozmnożysz wszyſtkie inne obydwoch pomiaru części terminy, nic inszego nie uczynisz, tylko przez tęż samę ilkość dwie inne rowne rozmnożysz; więc (przez Axioma trzecie) rowności obydwoch pomiaru części nie zepsuiesz. Toż samo uiszcza ſię i na innych frakcyach, ieżeli są w pomierze. Ze zaś mnożąc przez iedney frakcyi Mianownika inne frakcye, sam ſię tylko Licznik w nich mnoży, ztąd pochodzi, iż tego mnożącego Mianownika, iako całkowitą liczbę biorąc, obrocić należało na frakcyą, podłożywszy mu 1, ale że 1 nie mnoży, więc nie podkłada ſię, i przez toż i Mianowniki innych frakcyi nie mnożą ſię; zkąd i to wypływa, że ieżeli pomiar cały z frakcyi iednego mianownika złożony będzie, np. $\frac{a-b}{2} = \frac{c+d}{2}$ zmazawszy pospolitego Mianownika, nic ſię nie zepsuie, i będzie $a-b=c+d$.

Przeſtroga. Okazanie to dobrze trzeba uczącym ſię Algebry zrozumieć, gdyż ten sposob redukowania frakcyi wiedzących, przy umieiętności liczb łamanych zwyczaynych, nie będą zatrudniać długie owe, a mało w całey Algebrze przydatne o frakcyach literalnych nauki; gdyż do rezolwowania Problematow dosyć ieſt wiedzieć dopiero przełożony redu-

kowania frakcyi sposob, a do innych literalnych rachunkow, dosyć będzie łamane zwyczayne liczby umieć, bez ktorych doſkonałego nauczenia ſię niech nikt do Algebry nie przyſtępuie.

Wniosek trzeci, Jeżeli przez wspołczynnika iakiego terminu inne wszyſtkie terminy obydwoch pomiaru części podzielisz, a iego samego zmażesz, nie zepsuiesz rowności tychże części. Jeżeli np. będzie $2a+4=10$ będzie więc przez ten wniosek i $a+2=5$; podobnie: ieżeli $3x=6a-3b$, będzie także $x=2a-b$; albo ieżeli $3x=a-b$, będzie i $x=\frac{a-b}{3}$. Co ſię ma rozumieć i o takich wspołczynnikach, ktore są literami wyrażone, np. $cx+bx=a-d$, zmazawszy wspołczynnikow $c+b$ w pierwszey części, a drugą przez nich podzieliwszy będzie: $x=\frac{a-d}{c+b}$

Okazanie tego Wnioſku. Zmazać iakiego terminu wspołczynnika, iedno ieſt, co termin ow przez tegoż wspołczynnika podzielić. Jeżeli bowiem np. 2a masz dzielić przez 2, wieloraz wypadnie $=a$. Gdy więc wszyſtkie terminy obydwoch pomiaru części przez iednego terminu wspołczynnika zmazanego podzielisz, podzielisz w rzeczy samey rowne ilkości, przez iednęż ilkość, a zatym (przez Axioma czwarte) rowności obydwoch pomiaru

ru

ru części nie zepsuiesz, owszem w ten czas nawet, gdy kilku terminow współczynnikow mażesz, a przez zmazanych mnożysz inne terminy w tymże pomierze, iedno to ieſt, iak gdybyś przez rzeczonych Mianownikow wszyſtkie terminy podzielił, tak w danym wyżey pomierze $cx+bx=a-d$ zmazawszy $c+b$ w pierwszey części, a drugą przez $c+b$ podzieliwszy, będzie rowność między częściami, gdyż cały pomiar ten dzieląc przez

$$c+b\text{, będzie } x=\frac{a-d}{c+b}$$

i idzie zatym, że gdy wszyſtkie terminy w obydwoch pomiaru częściach, tegoż samego maią współczynnika, wymazawszy go wszędzie, zoſtawisz pomiarowe części w swey rowności. np. Jeżeli $2a+2b=2c-2d$, toć i $a+b=c-d$.

Przepis trzeci. Na rezolwowanie Problematow o Redukcyi pomiarow.

Trzeba ułożony pomiar do iednego terminu ilkości niewiadomey obrocić, czyli ułożywszy podług drugiego Przepisu pomiar, o to ſię masz ſtarać, abyś nie psuiąc rowności, obydwoch pomiaru części, poty z iedney części do drugiey przenoſił ilkości, i albo dodawał, ieśli będą podobne a iednoznaczne, albo odciągał, ieśli będą podobne a rożnoznaczne, poki w iedney pomiaru części iedna tylko niewiadoma nie zoſtanie, a w drugiey poki same tylko nie będą ilkości wiadome bez

niewiadomych przymieszki, gdyż to czyniąc, zredukuiesz pomiar do iedney niewiadomey ilkości. Tak np. ułożywszy podług wyższych Przepisow następuiący pomiar: $x+b=c$, trzeba w nim tak ilkości z iedney części do drugiey przekładać, żeby w iedney same tylko było x, a w drugiey same tylko wiadome ilkości c i b, a zatym cały pomiar żeby był $=x=c-b$. Tym albowiem sposobem odkryie się cena niewiadomey owey ilkości x, i Zagadnienie będzie ułatwione np. w pomierze dopiero położonym ieżeli będzie $c=8$, $b=3$, toć będzie $x=8-3=5$. Przepis więc ten trzeci na takiey redukcyi pomiaru zależy, aby przekładaiąc z iedney części do drugiey terminy, i psuiąc ie, gdzie można, nie gubić rowności obydwoch tychże pomiaru części, a zatym Przepis ten, cztery następuiące w sobie zawiera Reguły.

Reguła pierwsza. Wygubić trzeba frakcye, ieżeli się w pomierze znayduią, ale tak, żeby rowności części tegoż pomiaru nie zepsować. Co się stanie w ten czas, gdy daney frakcyi Mianownika zmazawszy, rozmnożysz przez niego insze obydwoch pomiaru części terminy (podług Wniosku 2 Axiom 3go Rozdz. II.) albo gdy tymże samym sposobem, ktory w pospolitych liczbach przepisany iest, do iednego Mianownika wszystki obrocisz terminy, a potym powszechnego tego Mianownika zmażesz. Lecz pierwszego si życzę trzymać sposobu, iako łatwieyszego krot-

krotszego. Tak np. w pomierze $\frac{ax}{2} - b = c$, zgubisz frakcyą, gdy zmażesz Mianownika 2, a przez zmazanego rozmnożysz b i c, będzie zatym: $ax - 2b = 2c$.

Reguła druga. Uważać trzeba, czy ilkość niewiadoma, ktorey ceny szukasz, w iedney tylko, czy też w obydwoch ieſt pomiaru częściach. Jeżeli w obydwoch, przenieś ią z iedney części do drugiey, znak odmieniwszy, ani iey iuż więcey z tey części nieruszay. Lecz w tym przenoszeniu niewiadomey ilkości trzeba wielkiey uwagi, żebyś znać przenosząc tę ilkość, nie uczynił odciążney z dodatney, zaczym niewiadomą ilkość z tey tylko części do drugiey przenoſić masz, w ktoreyby mogła ſtać ſię dodatną, to ieſt być z znakiem +. Dla tego w naſtępuiącym pomierze: $3x - x + b = a$, nie można przenoſić 3x; bo gdybyś z lewey ſtrony na prawą przenioſł i napisał tak: $b = a + x - 3x$, iużbyś zgubił cenę ilkości x, i Zagadnienia byś nie ułatwił. Dla tey samey przyczyny, w ktoreykolwiek pomiaru części ilkość niewiadoma ieſt z znakiem odciążnym, przenieść ią trzeba do drugiey, żeby była z znakiem dodatnym np. $a - x = b$, tak trzeba ilkość x przenieść, żeby było $a = b + x$.

Reguła trzecia. Jeżeli w iedney pomiaru części z ilkościami wiadomemi pomieszane są ilkości niewiadome, trzeba wiadome wszy-

ſtkie, odmieniwszy ich znaki, przenieść na drugą ſtronę do wiadomych, a niewiadome same zoſtawić np. Jeżeli będzie $x + b - c = d$, terminy b, c, z odmiennemi znakami przenieś na drugą ſtronę do wiadomey ilkości d, będzie $x = d - b + c$.

Reguła czwarta. Jeżeli ilkość niewiadoma ma swego współczynnika, zmaż go, i przez niego inne wszyſtkie terminy obydwoch pomiaru części podziel, tym sposobem gubiąc współczynnika, nie zepsuiesz rowności części owych danego pomiaru np. ieżeli $2x = b + c$, toć i $x = \frac{b+c}{2}$ Podobnie: ieżeli $bx + cx = a$ toć i podzieliwszy przez współczynnikow literami wyrażonych, będzie $x = \frac{a}{b+c}$

Ogulne te cztery Reguły iſtotne są trzeciemu Przepisowi, dla tego ie na pamięci mieć koniecznie trzeba, rezolwuiąc Problemata. Uważay iak zażyte będą w rozpoczętych przykładach; ktorych pomiary są ułożone pod Przepisem drugim.

Na pierwsze Zagadnienie wynaleźliśmy naſtępuiący pomiar: $4x + 2b = a$. Pomiar ten redukuiąc, przerzeczonych Reguł z pamięci wypuszczać nie można.

Pierwsza i druga Reguła nie ma tu mieysca.

Przez

Przez trzecią przenieś 2b do drugiey części, będzie zatym: $4x = a - 2b$.

Przez czwartą zaś Regułę podziel przez 4, będzie $x = \frac{a - 2b}{4}$, a zatym zredukowany iuż iest pomiar.

Na drugie Zagadnienie iest pomiar: $x + \frac{x}{2} + \frac{x - d}{4} = a$.

Przez pierwszą Regułę gubiąc frakcyą pierwszą, będzie: $2x + x + \frac{2x - 2d}{4} = 2a$.

Czyli redukuiąc, będzie $3x + \frac{x - d}{2} = 2a$.

Gubiąc zaś i drugą sposobem danym, będzie: $6x + x - d = 4a$.

Czyli będzie $7x - d = a$.

Przez trzecią Regułę przekładaiąc $-d$, będzie: $7x = 4a + d$.

Przez czwartą Regułę dzieląc, będzie $x = \frac{4a + d}{7}$ zredukowany pomiar.

Na trzecie Zagadnienie naſtępuiący pomiar wypadł: $2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = a$.

Przez pierwszą Regułę gubiąc frakcye obydwie, będzie: $16x + 4x + 2x + 8 = 8a$.

Czyli dodaiąc: $22x + 8 = 8a$.

Przez trzecią Regułę przekładaiąc 8, będzie: $22x = 8a - 8$.

Przez czwartą Regułę dzieląc wszyſtko przez 22 będzie: $x = \frac{8a - 8}{22}$.

Redukuiąc na mnieysze terminy przez 2. będzie: $x = \frac{4a - 4}{11}$ zreduk. pom.

Przepis czwarty. O obracaniu liter na liczby w pomierze iuż zredukowanym.

Trzeba pomiar do iednego iuż niewiadomego terminu zredukowany na wiadome obrocić liczby, to ieſt: kiedyś iuż tak pomiar zredukował, że w pierwszey iego części iedna tylko niewiadoma ilkość, ani rozmnożona przez inną, ani podzielona, a w drugiey same zoſtały wiadome, iużeś tym samym wynalazł niewiadomey ilkości cenę; zoſtaie ci tylko też same litery obrocić na liczby, za ktoreś ie na początku zakładał. W tym zaś obracaniu pamiętać masz na to, żebyś, gdziekolwiek trafią ſię litery z sobą złączone, np.

ab,

ab, obracaiąc ie na liczby, rozmnożył też liczby przez siebie, ieżeli więc $a=3$, $b=5$, będzie $ab=15$; Toż samo czynić należy, gdy litery są współczynnikami np. $2b$, ieżeli $b=5$ będzie $=2\times5=10$ i t. d. Rzecz ta w dokończeniu tyle razy wyżey powtorzonych Problematow iaśniey da się widzieć.

W pierwszym Zagadnieniu ostatni był pomiar do iednego niewiadomego obrocony terminu: $x=\frac{a-2b}{4}$, litera a w tym Zagadnieniu założona była za Czerwonych Złotych 800, b. za 100, kładąc więc za litery a i b, cenę ich 800 i 100, będzie $x=\frac{a-2b}{4}=\frac{800-200}{4}$; gdyż 2b to iest: $2\times100=200$ czyli: $x=\frac{600}{4}=150$, i to część dziedzictwa na pierwszego spadaiąca Syna; toć podług warunkow Zagadnienia, drugiego Syna cząstka 100. Czerwonych Złotych większa nad pierwszego, będzie $=250$; trzeciego zaś, ponieważ tyle sam miał wziąść, ile biorą obydwa starsi razem, będzie $=150+250=400$. Co było do rezolwowania.

W drugim Zagadnieniu ostatni był pomiar: $x=\frac{4a+d}{7}$; a zaś założone było

za 80, d za 30, będzie zatym: $x = \frac{320+30}{7} = \frac{350}{7} = 50$. A gdy $x = 50$, toć $x - d = 50 - 30 = 20$. Lecz x znaczy lata Oyca, x—d znaczy lata Syna, toć Oyciec ma lat 50, Syn 20 C. B. D. R.

W trzecim Zagadnieniu pomiar ostatni był: $x = \frac{4a-4}{11}$. Lecz a założyło się za 100, będzie więc $x = \frac{400-4}{11} = \frac{396}{11} = 36$. A zatym Zapytana Owiec liczba będzie = 36. C. B. D. R.

Przestroga. Te są ogulne Przepisy, ktore w rezolwowaniu każdego Zagadnienia mieysce maią; ale są inne szczegulne rożnym Problematow rodzaiom służące, ktore w następuiących Rozdziałach będą wyłożone. Teraz tylko ostrzegam rezolwuiących Zagadnienia, aby całey roboty swoiey doświadczali, to iest: aby Problemata iuż rezolwowane dobrze roztrząsali, czy przez tę rezolucyą zadosyć się stało wszystkim Zagadnienia warunkom, czy przed rezolucyą za litery założone liczby wynoszą tę cenę, o ktorą byłeś zapyta-

ta-

tany: np. w pierwszym Zagadnieniu, wszyſtkich trzech Synow miało być dziedzictwo wartuiące Czerwonych Złotych 800, znaleźliśmy zaś przez pomiary część dziedzictwa na pierwszego Syna spadaiącą 150 Czerwonych Złotych, na drugiego 250, na trzeciego 400, czyniąc więc doświadczenie, ponieważ widzę, że 150+250+400, wynoſi ſummę całego dziedzictwa, to ieſt: 800 Czerwonych Złotych, toć pierwszemu Zagadnienia warunkowi ſtało ſię zadosyć. Inne te były warunki, aby drugiego Syna cząſtka 100 Czerwonych Złotych była większa za pierwszego cząſtkę, a trzeciego żeby wyrownała obydwom pierwszych dwoch cząſtkom, toć gdy 250=150+100, i 400=150+250, wszyſtkim tym ſtało ſię zadosyć warunkom, a zatym żadney w rezolucyi tego Zagadnienia niemasz wady. Tym sposobem i innych Problematow rezolucyi doświadczać potrzeba, czy ſtało ſię przez nie zadosyć warunkom, czy nie; ieżeli ſię ſtało, znać, że dobrze rezolwowane, ieżeli nie, omyłka iaka w rezolwowaniu trafić ſię muſiała; a zatym powtorzyć z większą oſtrożnością i uwagą całą robotę trzeba.

RODZIAŁ III.

O Rezolwowaniu Problematow w szczegulności.

WYKŁAD

Słow, i podział Problematow na rożne gatunki.

I. PRoblema czyli Zagadnienie inne ieſt do solwowania podobne, a inne nie podobne. Podobne ieſt, ktorego warunki nie są sobie przeciwne, przeto dosyć im ſię przez pomiary uczynić może. Takie są Zagadnienia za Przykłady dane w drugim Rozdziale. Niepodobne zaś ieſt, ktorego warunki iedne drugim ſię sprzeciwiaią, a zatym Problema takie nie może być rezolwowane, np. gdyby cię kto zagadnął, coby za liczba była, ktoraby być mogła razem i trzecią częścią liczby 6, i czwartą częścią liczby 12? Zagadnienie takie byłoby nie podobne do ułatwienia, gdyż iego warunki tak ſię prawie sobie sprzeciwiaią, iak ſię sprzeciwia, żeby cała rzecz była swey iedney części rowna.

II. Zagadnienie ieſt znowu iedno określone (determinatum) a drugie nie okreslone (indeterminatum.) Pierwsze ieſt, ktorego w solwowaniu nie trzeba określać, to ieſt: nazna-

znaczać nadomyśł ceny ilkości niewiadomey. Jakie są Zagadnienia w poprzedzeiącym Rozdziale rezolwowane. Drugie zaś ieſt, w ktorego solwowaniu trzeba ilkości niewiadomey iakąś nadomyśł naznaczyć cenę, aby i tey i innych także niewiadomych ilkości zapytaną cenę wynaleść. np. Jeżeli cię kto o dwoch liczbach, ktorychby summa była $=100$, zagadnie? bez żadnego innego warunku, założysz za pierwszą liczbę niewiadomą x, za drugą y, i będziesz miał pamiar: $x+y=100$, czyli $x=100-y$. J iuż z takim pomiarem nie możesz nic, więcey czynić, a przecięż ieszcześ ceny ilkości niewiadomey x nie odkrył, dla tego, że w drugiey pomiaru części, gdzie ta cena miała być wyrażona, mieści ſię ilkość niewiadoma $-y$. Jeſt tedy takie Zagadnienie nie okreslone, czyli nie determinowane; determinować go więc czyli określić muſisz, naznaczaiąc teyże niewiadomey ilkości y, cenę podług swego upodobania. Co uczyniwszy, cenę x łatwo odkryiesz. Jeżeli bowiem za y, założysz np. 20, będzie: $x=100-20=80$, a ieżeli $x=80$, toć $y=100-80=20$; liczba więc zagadniona pierwsza ieſt 80, druga 20. Zkąd ſię pokazuie, że, aby Zagadnienie było określone, powinno być tyle rożnych warukow pomiarami rożnemi wyrażonych, ile ſię niewiadomych ilkości odmiennemi literami wyrażonych w Zagadnieniu zawiera. Jeżeli zaś więcey ſię liter rożnych niewiadome ilkości oznaczaiących

w Za-

w Zagadnieniu znayduie, aniżeli ieſt warunkow mogących ſię rożnemi pomiarami wyrazić, Zagadnienie koniecznie być muſi nie określone.

III. Zagadnienie tak określone, iako i nie określone, inne ieſt proſte, a inne ſkładane. Proſte ieſt, w ktorego pomiarach niewiadome ilkości wyżey nad pierwszy ſtopień nie podnoszą ſię; czyli w ktorym ilkości są bez wykładnikow wyraźnych, iakie były za przykład dane. Składane zaś ieſt, w ktorego pomiarach ilkości niewiadome, do drugiego, trzeciego, lub wyższego ſtopnia są wynieſione, to ieſt: albo są czworogranne, albo sześciogranne, albo też wyższe np. Zagadnienie to, z ktorego taki wypadł pomiar: $x=a-b$, proſte ieſt, albo pierwszoſtopniowe; ſkładane zaś, albo drugoſtopniowe, czyli czworogranne będzie, ieżeli takim ſię wyrazi pomiarem: $x^2=a-b$. Nie ieſt iednak Zagadnienie ſkładane, w ktorym wiadome ilkości są wynieſione do wyższego ſtopnia. W tym Rozdziale same tylko proſte określone Zagadnienia wykładać ſię będą, i rezolwować, nayprzod te, ktore przez iednę niewiadomą ilkość rezolwować ſię mogą, potym te, ktore w kilka niewiadomych ilkości ułożyć ſię powinny. O nieokreślonych zaś w naſtępuiącym Rozdziale, a oſkładanych aż w drugiey części.

ZA-

ZADANIE I.

Jak rezolwować Zagadnienie proſte określone, ktore iednę tylko niewiadomą ilkość w ſobie zawiera, a zatym w iednę ekwacyą ułożyć ſię może.

NAto nie trzeba innych Przepisow, dosyć ieſt zachować te, ktore ſię w wyższym Rozdziale dały, to ieſt: nayprzod (przez Przepis pierwſzy) założyć za liczby litery, gdzie ktorych trzeba. Powtore (przez Przepis drugi) ułożyć pomiar podług warunkow Zagadnienia. Potrzecie (przez Przepis trzeci) zredukować ułożony pomiar do iednego terminu ilkości niewiadomey. Naoſtatek (przez Przepis czwarty) litery na liczby obrocić. Ale iako ſię wyżey oſtrzegło, ta ieſt naywiększa w Algebrze sztuka, umieć dane Problemata na pomiary obracać. Ułożywszy zaś pomiary, łatwiey poydzie redukcya; a ta gdy ſię podług Przepisow uczyni, nie zepsuie rowności między wiadomemi i niewiadomemi ilkościami, i niepochybnie ieden ze dwoch przynieſie ſkutek, to ieſt: albo wyiawi rzecz niewiadomą, ktora ieſt zapytana, albo pokaże, że rzecz zapytana ieſt zdrożna i nieſkładna, a zatym Zagadnienie ieſt niepodobne. J tak wiadome ieſt każdemu ſławne i od tylu wiekow roztrząsane o czworogranności obwodu czyli kwadraturze cyrkułu Zagadnienie. Ci, ktorzy utrzymuią, iż kwadratura cyrkułu

ſu nie ieſt niepodobna, czyli, iż nie ieſt rzecz przeciwna, płaszczyznę całą w cyrkule umieszczoną przerobić i przekształtować sposobem iakim dotąd ieszcze niedocieczonym, ktoryby był prawdziwie ziemiomierniczym, na płaszczyznę czworogranną, powinni rezolwować to Problema podług ściſłości prawideł Matematycznych. Przeciwnie drudzy niepodobieńſtwa tego pierwszym zarzucać nie mogą, aż iaśnie przeciwieńſtwo między warunkami wzmiankowanego Zagadnienia upatrzą, i widocznie okażą. Mnie ſię zdaie, że gdyby ſię znalazł taki dowcip (o iakim wzdy w naſtępie po oświeconych coraz oświeceńszych ludzi rospaczać niegodzi ſię) ktoryby warunki tego Problema potrafił ułożyć w ekwacyą, dokazałby, czego wieki nie mogły (obacz Zagadnienie osme niżey.) Ztąd to albowiem naybardziey wypływa rezolwowania Problematow nieprzezwyciężona prawie trudność, że pewnych, a ogulnych do układania pomiarow ieszcze nie mamy reguł. Zależy to iedynie od dowcipu, ktory ſię waży tey roboty. Przeto z temi nawet Zagadnieniami, ktore powszechnie za podobne i na pomiary obrotne są uznane, inaczey rozum poſtępować nie każe, tylko sposobiąc do rezolwowania onych zaczynaiącą Młodzież, tę iey, ktora w układzie ekwacyi zachodzi trudność, nie tak długiemi przepisami (gdyż i naydłuższych doświadczenie samo pokazuie nieſkuteczność) iako raczey licznemi przykłady, ile

być

być może, usnadniać. J te to były dla mnie silne powody, dla ktorych w znaczney liczbie zebrałem niektore nawet sobie podobne czyli do iednego przypadku należące, i iednako rezolwuiące się następuiące:

PRZYKŁADY.

ZAGADNIENIE I.

PEwny zapytany, wieleby miał służących? taką dał odpowiedź: połowa mych służących w polu robi, trzecia część ryby łowi, a trzech na polowanie wysłałem. Pytam, wielu wszystkich miał służących?

REZOLUCYA.

Podług pierwszego Przepisu, 3=a, liczba niewiadoma wszystkich sług=x; toć połowa ich $= \frac{x}{2}$, a część trzecia $= \frac{x}{3}$.

Podług drugiego Przepisu: Ponieważ zupełną wszystkich służących liczbę według warunkow czyni tychże służących połowa, trzecia część, i nadto 3. Więc taki wypada pomiar: $x = \frac{x}{2} + \frac{x}{3} + a$.

Podług trzeciego Przepisu, gubiąc (przez

Reg. 1) pierwszą frakcyą będzie: $2x = x + \frac{2x}{3} + 2a$.

Gubiąc zaś i drugą frakcyą będzie:

$$6x = 3x + 2x + 6a.$$

Dodaiąc - - - $6x = 5x + 6a$.

Przekładaiąc - - $6x - 5x = 6a$.

Nareszcie odciągaiąc: $x = 6a$

Podług czwartego Przepisu, a założone za 3, więc $6a = 3 \times 6 = 18$; a zatym ilkość niewiadoma $x = 18$, i ta ieſt liczba ogulna ſług, o którąś zapytany.

Doświadczenie. Ponieważ $x = 18$, więc iego połowa czyli $\frac{x}{2} = 9$, a trzecia część, czyli $\frac{x}{3} = 6$, a zatym wynalezione te ceny wyraziwszy liczbami, być powinno: $18 = 9 + 6 + 3$. Co że tak ieſt, Zagadnienie ułatwione.

ZAGADNIENIE II.

GDy w pewnym Alexandra W. z innemi pośiedzeniu wpadła mowa o latach wieku każdego z wspołſiedzących; iam, rzecze Alexander, dwoma laty ſtarszy od Hefeſtyona mego; a ia, powie Klitus, i twoie Alexandrze, i He-

i Hefeſtyona razem wzięte iuż przeżyłem lata, a nadto ieszcze 4. Toż Kalliſtenes: Pocieszne, prawi, dla mnie to lat wieku waszego ieſt wspominanie, gdyż mi na pamięć zmarłego Oyca mego przywodzi, ktory przeżywszy lat 96, dopełnił liczby lat troiſtego waszego wieku. Pytam iaki ow troiſty był wiek?

REZOLUCYA.

Niech wiek Hefeſtyona będzie x, toć Alexandra będzie $x+2$, Klita zaś $2x+6$, a zatym podług warunkow Zagadnienia wszyſtkich trzech razem te wieki uczynią naſtępuiący pomiar: $x+x+2+2x+6=96$.

Czyli dodaiąc: $4x+8=96$

Przenosząc będzie: $4x=96-8$

Odciągaiąc: - - $4x=88$

Dzieląc przez 4, będzie $x=\frac{88}{4}$

Nakoniec obracaiąc łamaną na całkowitą liczbę, będzie: $x=22$.

Doświadczenie. $x=22$, ieſt to wiek Hefeſtyona, toć wiek Alexandra 24, Klita 50. Te zaś $22+24+50=96$; więc wszyſtkim warunkom ſtało ſię zadosyć.

ZAGADNIENIE III.

W Pewney Fortecy ieſt załoga złożona z Gemeynow 600, z Officyerow niższey Rangi 50, wyższey 20, między ktorych tak dzielić potrzeba Kwartalny Zołd: np. Czerwonych Złotych 2610, żeby każdemu niższey Rangi Officyerowi we troie ſię tyle doſtało, ile Gemeynowi; a każdemu wyższey Rangi Officyerowi we dwoie tyle, ile Officyerowi niższey Rangi; proszę zgadnąć, ile każdy Gemeyn, a ile Officyer niższey i wyższey Rangi ma wziąść, żeby z rzeczoney Summy nic nie zoſtało?

REZOLUCYA.

Niech weźmie Gemeyn każdy x, toć Gemeynow 600. wezmą 600x; Officyer zaś niższey Rangi weźmie 3x, toć 50 Officyerow wezmą 150x; na koniec Officyer wyższey Rangi, tyle dwoie co niższey, toć weźmie 6x, a ieżeli ieden bierze 6x, toć Officyerow 20 wyższey Rangi, wezmą 120x.

Teraz ponieważ cała Summa między nich podzielona ieſt $=2610$; wypadnie taki pomiar: $600x+150x+120x=2610$.

Czyli dodawszy, będzie: $870x=2610$.

Albo przez 870 podzieliwszy, będzie $x=3$ Gemeyna wziątek. Doświadcz, a uznasz, że Zagadnienie ieſt dobrze solwowane.

ZA-

ZAGADNIENIE IV.

SEmproniusz spytany o liczbę Uczniow, odpowiedział: gdyby każdy z moich Uczniow dał mi po Czerwonych Złotych 5, do zakupienia Domu niedostawałoby Czerwonych Złotych 30, lecz gdyby dał każdy po Czerwonych Złotych 6, zbywałoby mi od kupna Czerwonych Złotych 40. Proszę zgadnąć i liczbę Uczniow, i cenę Domu?

REZOLUCYA.

Założ za liczbę Uczniow x; więc podług pierwszego warunku: $5x+30$, a podług drugiego: $6x-40$, będzie summa rowna cenie Domu. Ponieważ zaś dwie rzeczy iedneyże trzeciey rowne, są także między sobą rowne, toć i te summy są sobie rowne, a zatym będzie pomiar: $5x+30=6x-40$.

Przenosząc $30+40=6x-5x$.

Odciągaiąc $30+40=x$

Dodaiąc $30+40=x=70$.

Lecz x założone za Uczniow, więc liczba Uczniow iest 70, z ktorey mnożąc 70 przez 5, i dodaiąc 30, wychodzi cena Domu Czerwonych Złotych 380. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE V.

KAwaler z wizytą do Dam przyszedłszy, widząc znaczne wspołsiedzących grono: kłaniam,

niam, rzecze, Damom, ktorych 100 na tym mieyscu mam honor powitać. Przepraszam, iedna z nich odpowie, niedorachuiesz się WMćPan, tak wielkiey w tym posiedzeniu naszym Dam liczby. Gdyby nas drugie tyle było, ile iest, i połowa, i część ieszcze czwarta, dopieroby z WMćPanem było nas 100. Pytam ile Dam owych było?

REZOLUCYA.

Za liczbę niewiadomą Dam założ x: z warunkow Zagadnienia ten wypadnie pomiar: $x + x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = 100$.

Gubiąc pierwszą frakcyą, będzie: $2x + 2x + x + \frac{2x}{4} + 2 = 200$.

Gubiąc drugą, będzie: $8x + 8x + 4x + 2x + 8 = 800$.

Dodaiąc i przenosząc, będzie: $22x = 800 - 8 = 792$.

Dzieląc, będzie: $x = \frac{792}{22} = 36$.

Było zatym Dam 36, ktorych drugie tyle 36, połowa 18, czwarta część 9, i ow Kawaler 1, czyni 100. C. B. D. R.

ZA-

ZAGADNIENIE VI.

KIlku Zołnierzy pewną Czerwonych Złotych summą nieprzyiacielowi wydartą dzieląc się, chcą wziąść po Czerwonych Złotych 7, lecz pomiarkowali, że do takiego działu, z ktoregoby po Czerwonych Złotych 7 przypadło każdemu, 5 ieszcze Czerwonych Złotych brakuie, biorąc więc po 6, rowny owey między siebie summy podział uczynili. Pytam co za summa, i wielu nią dzielących się było Zołnierzy?

REZOLUCYA.

Liczba Zołnierzy niewiadoma x, będzie pomiar z warunkow Zagadnienia wypadaiący: $7x - 5 = 6x$.

Przenosząc termin -5, będzie: $7x = 6x + 5$.

Przenosząc z drugiey części termin $6x$, będzie: $7x - 6x = 5$.

Odciągaiąc, będzie: $x = 5$.

Liczba tedy Zołnierzy 5, summa Czerwonych Złotych: $5 \times 6 = 30$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VII.

MIędzy trzech Zołnierzy rzucił Generał monety 240 Złotych, ktore oni między siebie bez należytego działu rozerwawszy, iednegoż targuią konia. Lecz pierwszemu 4

Zło-

Złotych, drugiemu 8, trżeciemu 12 brakuie, żeby za zdobyte tym sposobem pieniądze mogł zatargowanego kupić konia. Pytam, iaka cena konia, i iakie każdego z osobna Zołnierza pieniądze?

REZOLUCYA.

Cena konia $=x$. Pieniądze pierwszego $x-4$, drugiego $x-8$, trzeciego $x-12$, a że wszyftkie rowne Złotych 240, taki więc wypada pomiar $x-4+x-8+x-12=240$.

Dodaiąc, będzie: $3x-24=240$.

Przenosząc, będzie: $3x=240+24=264$.

Dzieląc, będzie: $x=\frac{264}{3}=88$.

Cena więc konia 88. Pieniądze pierwszego $x-4$, to ieft: $88-4=84$. Pieniądze drugiego $x-8$, to ieft: $88-8=80$. Pieniądze trzeciego $x-12$, to ieft: $88-12=76$. Wszyftkich zaś razem pieniądze $84+80+76=240$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VIII.

OFficyerowie Polscy z Warszawy do Gdańfka chcąc płynąć, naymuią ftatek, i taką z Szyprem czynią ugodę: iż od osoby gotowi mu dać po Złotych 6, ale z tym warunkiem, aby, ieśliby do tegoż ftatku, chciał in-

innych ieszcze za podobną przybrać płacę, połowę tey płacy sobie wziął, a drugą połowę, między nich, to iest tych naymuiących Officyerow podzielił, czyli, żeby odtrącił od ich płacy. Trafiło się, iż ow Szyper tyle do statku innych przybrał ludzi, że na każdego Officyera nie przypadło tylko 5 Złotych od swoiey Osoby zapłacić, gdyż była owych przybyszowych liczba czwartą częścią liczby Officyerow, i nadto ieszcze 3. Pytam, ile wszystkich Osob tym statkiem do Gdańska płynących było, ile nayprzod Officyerow, a potym innych?

REZOLUCYA I.

Zebyś łatwo mogł znaleść czwartą część dla przybyszowych, założ za liczbę Officyerow $4x$, więc czwartą częścią tey liczby, dodawszy podług warunku 3, będzie: $x+3$. Już, ieżeli ieden Officyer daie 6 Złotych, będzie $4x \times 6 = 24x$. Podobnie, ieżeli ieden przybysz daie 6 Złotych, toć $x+3 \times 6 = 6x+18$, ktorey summy połowa $3x+9$. Odciągnąwszy więc $3x+9$, to iest połowę płacy od przybyszow daney od $24x$, to iest: od pieniędzy należących Szyprowi od Officyerow, zostanie reszta $21x-9$. Ponieważ zaś tym sposobem każdy Officyer nie ma tylko 5 Złotych od Osoby swoiey zapłacić, więc mnożąc $4x$ przez 5, będzie $= 20x$, zrobi się

tedy

tedy następuiący pomiar : $21x - 9 = 20x$.
Przekładaiąc: $21x - 20x = 9$.
Odciągaiąc : $x = 9$.

Więc 4x załozone za liczbę Officyerow $= 4 \times 9 = 36$, ktorych czwarta część, to iest 9, dodawszy 3, czyli 12, będzie liczbą przybyszowych do statku ludzi. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Można za liczbę Officyerow założyć x, będzie czwarta część $\frac{x}{4}$ dodawszy zaś 3, będzie $\frac{x}{4} + 3$. Officyerowie więc zapłacić maią 6x, a przybyszowie : $\frac{6x}{4} + 18$. Lecz tego połowę to iest : $\frac{6x}{8} + 9$ odciągnąwszy od 6x, nie zapłacą Officyerowie tylko $\frac{42x}{8}$ $- 9$. Więc $\frac{42x}{8} - 9 = 5$, czyli $42x - 72 = 40x$, czyli: $42x - 40x = 72$, czyli

li nakoniec: $x = \frac{72}{2} = 36$. Wszakże gdyby Officyerow 36 dali po Złotych 6, byłoby Złotych 216, lecz że 12 przybyszowych płacąc po 6 daią Złotych 72, a tych połowa, to ieſt: 36 wytrąca ſię z płacy Officyerow, więc ci nie płacą tylko 180, a zatym każdy z nich tylko $\frac{180}{36} = 5$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IX.

SZyprowi swemu zlecił Pan, aby za Czerwonych Złotych 72 kupił wina, cukru y kawy, we dwoie więcey z owych pieniędzy wydaiąc za cukier, a we troie za kawę niż za wino. Pytam wiele przypadnie na każde to kupno?

REZOLUCYA.

Wino $= x$ cukier więc $= 2x$ kawa zaś $= 3x$ a zatym pomiar będzie:

$$6x = 72.$$

Czyli: $x = \frac{72}{6}$

Czyli: $x = 12$.

Da

Da tedy za wino 12, za cukier 24, za kawę 36. Co czyni Czerwonych Złotych 72. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE X.

Trzech Kmiotkow. A. B. C. z iednegoż Łanu płacą Panu czynszu 134. Złotych. Ale że B. we troie więcey trzyma tego pola, niż A, C zaś tyle sam ieden, ile A i B obydwa, pytaią więc, wiele na każdego z nich przypada zapłacić, żeby wszyscy trzey złożyli Czynszu 134 Zł.

REZOLUCYA.

$A = x$, toć $B = 3x$ C zaś $= x + 3x$,

a zatym: $8x = 134$. Czyli: $x = \frac{134}{8} =$

$16 + \frac{6}{8}$ Czyli: $\frac{3}{4}$ Tyle więc A zapłaci. B

zaś $50 + \frac{1}{4}$, C $16 + \frac{3}{4} + 50 + \frac{1}{4}$.

Co wszystko uczyni 134.

Wszakże $50 + \frac{1}{4}$ we troie więcey iest,

niż $16 + \frac{3}{4}$, a $16 + \frac{3}{4} + 50 + \frac{1}{4} = 77$ ieſt ſummą dwom pierwszym rowną. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XI.

WYſſany Kuryer z Warszawy do Rzymu przed 4 dniami, ktory za dzień nie ubieży tylko 6 mil, wyſſany po nim drugi, ktory ma ubiedz codzień 8 mil. Pytam wiele trzeba dni, żeby pierwszego drugi dognał?

REZOLUCYA.

Założ za 6 a, za 8 b, za 4 c, za dni niewiadome x. Ponieważ drugi Kuryer ubiega za dzień 6 mil, więc za dni niewiadome ubieży 6x. Pierwszy zaś ktory wyszedł przed dniami c, uchodząc co dzień mil a, iuż uszedł a c, i ieszcze uydzie ax. A że drugi pierwszego dognać nie może, tylko rowną mil liczbę ubiegłszy, więc będzie pomiar: - - - - $bx = ac + ax$

Przekładaiąc, będzie: - $bx - ax = ac$

Dzieląc przez b—a, będzie: $x = \frac{ac}{b - a}$

Obroć

Obroć teraz litery na liczby, za ktoreś ie założył, będzie: $x = \frac{6\times4}{8-6} = \frac{24}{2} = 12.$ Więc za dni 12 drugi pierwszego dogoni Kuryera. Gdyż pierwszy ubiegaiąc codzień mil 6, ubiegł za dni 4 mil 24, a za dni 12 ubieży mil 72, wszystkich więc ubieży mil 96. A że i drugi ubiegaiąc po 8 mil na dzień, za dni 12 ubieży 96, więc dobrze rezolwowane Zagadnienie. Prędzey ieszcze solwuie się bez zakładania liter za wiadome ilkości, wypadnie bowiem taki pomiar:

$$8\times x = 6\times4 + 6\times x$$

Czyli: $8x = 24 + 6x.$

To iest: $x = 12.$ C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XII.

Pielgrzym do Rzymu idący uchodzi na dzień mil 6, drugi po nim w 5 dni wyszedłszy, chce go dognać za dni 10, pyta się, wiele mil na dzień uyść powinien, żeby się dziesiątego zszedł z pierwszym?

REZOLUCYA.

$6 = a$, $5 = b$, $10 = c$ niewiadome mile $= x$. Gdy pierwszy przez 5 dni po 6 mil, i przez 10 dni także po 6 uydzie, zrownaią się iego mile z milami drugiego przez 10 dni ubieżonemi, zatym będzie pomiar:

miar : $ab + ac = cx$

Przenosząc i dzieląc przez c : $x = \frac{ab + ac}{c}$

Obracaiąc litery na liczby $x = \frac{6 \times 5 + 6 \times 10}{10}$

Czyli : - - - - - $x = \frac{90}{10} = 9$

Albo bez zakładania liter za wiadome liczby : - $6 \times 5 + 6 \times 10 = 10 \times x$.

Czyli : $30 + 60 = 10x$.

Czyli : $90 = 10x$.

To ieſt : $x = \frac{90}{10} 9$.

Albowiem iak pierwszy Pielgrzym za dni 15 ubieży 90, co dzień uchodząc po mil 6, tak i drugi za dni 10, uyść powinien mil 90, uchodząc co dzień mil 9, a zatym po 10 dniach muszą ſię zeyść z sobą. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XIII.

Krakow od Warszawy odległy na mil 40. Piotr z Krakowa do Warszawy, a Paweł z Warszawy do Krakowa iednegoż dnia wyszli, ale pierwszy na dzień uchodzi mil 6, a drugi tylko 4. Pytam za wiele dni oba ſię zeydą ?

RE-

REZOLUCYA.

Mile, ktore Piotr uydzie będą=6×x czyli 6x, mile zaś, ktore uydzie Paweł, będą =4×x czyli 4x, a że i te i tamte razem wzięte wyrownać powinny milom 40, więc będzie pomiar : - - - $6x+4x=40.$

Czyli : - $10x=40.$

Czyli : - $x=\frac{40}{10}.$

To iest : - $x=4.$

Za 4 dni więc zeydą się. Przez dni albowiem 4 Piotr uydzie mil 24. Paweł zaś 16, co czyni mil 40. Toż wyidzie i litery np. b za 6, c za 4, a za 40 założywszy, gdyż będzie pomiar : - $bx+cx=a$

Czyli przez b+c dzieląc, będzie $x=\frac{a}{b+c}$

Czyli : $x=\frac{40}{6+4}=4.$ C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XIV.

KAwaler za powrotem z cudzych Kraiow spytany, wieleby mil całey uiechał drogi; iazda moia, rzecze, lądem iest trzecią częścią całey drogi, iazda zaś morzem iest piątą częścią teyże drogi, a to wszystko

nie

nieuczyni więcey iak mil 200. Pytam ile mil uiechał lądem, a ile morzem?

REZOLUCYA.

Mile niewiadome $=x$, wiadome 200 $=a$, część trzecia $\frac{x}{3}$ część piąta $\frac{x}{5}$, pomiar będzie: - $\frac{x}{3}+\frac{x}{5}=a$

Gubiąc frakcyą pierwszą: $x+\frac{3x}{5}=3a$

Gubiąc drugą: - $5x+3x=15a$

Dodaiąc - - $8x=15a$

Dzieląc: - - $x=\frac{15a}{8}$

Czyli: - - $x=\frac{3000}{8}$

Czyli: - - $x=375$

A kiedy $x=375$ toć $\frac{x}{3}=125$, a zatym $\frac{x}{5}=75$. Co razem czyni mil 200. Lądem więc mil 125, a morzem 75 odbył. C. B. D. R

ZA-

ZAGADNIENIE XV.

DŁużnik pewny Kapitalną summę u siebie trzymaiąc przez 5 lat, oddaie nareszcie Kredytorowi, wraz z Prowizyą po 5 od sta, summę Złotych 20,000. Pytam: iaka była Kapitalna summa, a iaka pięcioletnia Prowizya?

REZOLUCYA.

Niech będzie summa Kapitalna x, będzie więc Prowizya roczna po 5 od 100 $\frac{5x}{100}$ (bo ieżeli 100 daie roczney Prowizyi 5, ileż da x? da x×5=5x podzielone przez 100= $\frac{5x}{100}$ czyli obrociwszy frakcyą na mnieysze terminy przez 5, da $\frac{x}{20}$) toć Prowizya pięcioletnia będzie = $\frac{5x}{20}$, czyli przez 5 obrociwszy tę frakcyą na terminy mnieysze = $\frac{x}{4}$. Ze zaś Kapitał z pięcioletnią Prowizyą wynosi Złotych 20,000, więc wy-

wypadnie pomiar: $x + \frac{x}{4} = 20,000.$

Gubiąc frakcyą $4x + x = 80,000.$
Dodaiąc: $5x = 80,000.$

Dzieląc: $x = \frac{80,000}{5} = 16000.$

Więc summa Kapitalna $= 16,000$, toć pięcioletnia Prowizya $= \frac{x}{4} = \frac{16,000}{4} = 4,000.$ Wszakże $16,000 + 4,000 = 20,000.$ C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XVI.

GRacz pewny przegrawszy w iednym mieyscu połowę swych pieniędzy, a w drugim $\frac{3}{8}$ części, za powrotem swym do domu, nie znalasł pozostałych w worku tylko 15 Czerw. Złotych. Pytam, ile wszystkich miał pieniędzy; a ile na każdym zosobna mieyscu przegranych?

REZOLUCYA I.

Założywszy za niewiadome pieniądze x, wypadnie z warunkow Zagadnienia pomiar:

$$x - \frac{x}{2} - \frac{3x}{8} = 15$$

Gubiąc frakcyą: $2x - x - \frac{6x}{8} = 30$

Drugą: $16x - 8x - 6x = 240$

Dodaiąc i odciągaiąc: $2x = 240$

Nakoniec dzieląc: $x = \frac{240}{2} = 120$

Miał więc ogulnie Czerw. Złotych 12

Przegrał na pierwszym mieyscu $\frac{x}{2} = \frac{120}{2}$

$= 60$, na drugim $\frac{3x}{8} = \frac{360}{8} = 4$

REZOLUCYA II.

Można i tak pomiar ułożyć:

$$\frac{x}{2} + \frac{3x}{8} + a = x$$

Czyli: $x + \frac{6x}{8} + 2a = 2x$

Czy-

Czyli: $8x + 6x + 16a = 16x$

Czyli: $14x + 16a = 16x$

Czyli: $16a = 16x - 14x$

Czyli: $2x = 16a = x = \frac{16a}{2}$

Lecz a założone za 15, więc $15 \times 16 = \frac{240}{2} = 120.$ C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XVII.

KAwaler do gry zasiadaiąc, spytany, ileby miał pieniędzy? troie tyle, rzecze, ile mam przy sobie, zostawiłem w domu, tyle czworo mam u przyiacioł, a tyle sześcioro u dłużnikow; cała zaś summa tych pieniędzy nie wynosi tylko 390 Czerwonych Złotych. Pytam, ile pieniędzy do gry przyniosł, a ile miał w domu, u przyiacioł, i u dłużnikow?

REZOLUCYA.

Pieniądze do gry przyniesione niewiadome $= x$, więc w domu zostawione $= 3x$, u przyiacioł $= 4x$, u dłużnikow $= 6x$. Ze zaś pieniądze te w domu, u przyiacioł i u dłużnikow zostawione $= 390$ Czerwonym Złotym, więc: $3x + 4x + 6x = 390$

Czyli: $13x = 390$

$$\text{Czyli: } x = \frac{390}{13} = 30$$

Miał tedy przy sobie Czerwonych Złotych 30. Wszakże: $3x = 3 \times 30 = 90$; $4x = 4 \times 30 = 120$; $6x = 6 \times 30 = 180$. Aże $90 + 120 + 180 = 390$. Więc ſtało ſię dosyć warunkom. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XVIII.

Między innemi Ptolomeusza gadkami, ciekawa i ta ieſt o posągu Pallady. Tak ow wyprowadza posąg ten mowiący: ieſtem dziełem Złotych upominkow Młodzieży winny mi hołd oddaiącey. Połowę Złota dał Charyzius, osmą część Tespis, dzieſiątą Solon, dwudzieſtą Temiſſon, resztę zaś z płacą dla Rzemieślnika, to ieſt: 9 Talentow dał Aryſtodius. Wiele tedy posąg ow ważył Talentow, i wiele tychże Talentow od każdego danych?

REZOLUCYA.

Niewiadome Talenta Złota w owym posągu $= x$, więc podług warunkow Zagadnienia ułoży ſię pomiar:

$$x = \frac{x}{2} + \frac{x}{8} + \frac{x}{10} + \frac{x}{20} + 9.$$

Gu

Gubiąc frakcye:

$$\text{I. } 2x = x + \frac{2x}{8} + \frac{2x}{10} + \frac{2x}{20} + 18$$

$$\text{II. } 16x = 8x + 2x + \frac{16x}{10} + \frac{16x}{20} + 144.$$

$$\text{III. } 160x = 80x + 20x + 16x + \frac{160x}{20} + 1440.$$

$$\text{IV. } 3200x = 1600x + 400x + 320x + 160x + 28800.$$

Dodaiąc: $3200x = 2480x + 28800$

Przenosząc: $3200x - 2480x = 28800$

Odciągaiąc: $720x = 28800$

Dzieląc: $x = \frac{28800}{720} = 40$

Więc 40 Talentow Złota w owym posągu było, z ktorych Charyzius ofiarował 20, Tespis 5, Solon 4, Temisson 2, Arystodius 9. Co wszystko $= 40$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XIX.

WOysko Cesarkie tak może być rozłożone: daymy że połowa tego Woyska ma stanowisko w Węgrzech, osma część w Krolestwie Czeskim, dwunasta w Halickim, dwudziesta w Niderlandzie, trzydziesta w Xięstwach

Wło-

Włoſkich, a 48,000 w Auſtryi i w samey Cesarſtwa Stolicy Wiedniu. Pytam, wiele wszyſtkiego ieſt Woyſka Cesarſkiego, i wiele w każdey z wyliczonych Prowincyi?

REZOLUCYA

Tego Zagadnienia i innych na podobieńſtwo tego ułożyć ſię mogących takaż ieſt, iaka poprzedzaiącego.

Pomiar: $\frac{x}{2} + \frac{x}{8} + \frac{x}{12} + \frac{x}{20} + \frac{x}{30} + a = x.$

Gubiąc frakcye poiedynczo.

I. $x + \frac{2x}{8} + \frac{2x}{12} + \frac{2x}{20} + \frac{2x}{30} + 2a = 2x.$

II. $8x + 2x + \frac{16x}{12} + \frac{16x}{20} + \frac{16x}{30} + 16a = 16x.$

III. $96x + 24x + 16x + \frac{192x}{20} + \frac{192x}{30} + 192a = 192x.$

IV. $$\frac{1920x + 480x + 320x + 192x + 3840x}{30} + 3840a = 3840x.$$

V. $57600x + 14400x + 9600x + 5760x + 3840x + 115200a = 115200x.$

Dodaiąc będzie : $91200x + 115200a = 115200x.$

Przenosząc i odciągaiąc : $115{,}200a = 24000x$

Dzieląc : $$x = \frac{115{,}200a}{240{,}000x}$$

Lecz a, założone za 48,000, więc współczynnika iego, to ieſt : 115,200 rozmnożywszy przez 48,000, a produkt $= 5{,}529{,}600{,}000$ podzieliwszy przez 24,000, wypadnie cena $x = 230{,}400$, to ieſt : liczba całego Woyſka Cesarſkiego. Doświadcz ; to ieſt : tę Woyſka liczbę dziel na części, będzie nayprzod : $\frac{230{,}400}{2} = 115{,}200$; powtore : $\frac{230{,}400}{8} = 28{,}800$; potrzecie : $\frac{230{,}400}{12} = 19200$; poczwarte : $\frac{230{,}400}{20} = 11520$; popiąte : $\frac{230{,}400}{30} = 7680$. Aże $115{,}200 + 28{,}800$ +

+19,200+11520+7680, nadto ieszcze: 48000=230,400. Więc stało się zadosyć warunkom.

ZAGADNIENIE XX.

SZyper z Gdańska powrociwszy, spytany wiele z pieniędzy za zboże wziętych na sprawunki w Gdańsku wydał, a wiele w reszcie przywiozł? odpowiedział: że połowę pieniędzy wydał w Gdańsku za wino i korzenie, osmą część za sukno, dwunastą za materye, dwudziestą na sprawunki przyiacioł, trzydziestą na cła i podroż, a pozostałych nie ma więcey iak 5,000 Złotych. Pytam, iak wiele wszystkich za Zboże w Gdańsku wziętych, i iak wiele za Towar w szczegulności tamże wydanych pieniędzy?

REZOLUCYA.

Oczywista rzecz, że tego Problema rezolucya taż sama iest, co i poprzedzaiącego, nic więcey nie odmieniaiąc w cenie x, tylko walor ilkości a, ktory w tym przypadku = 5000, rozmnożywszy więc 5000 przez 115200, będzie: $\frac{115,200a}{24,000} = \frac{576,000,000}{24,000}$, a podzieliwszy przez 24,000, wypadnie summa pieniędzy za zboże wziętych =24,000. Na ten więc model można tysiączne ułożyć i rezol-

zolwować Zagadnienia np. Zagadniony kto 1. Wieleby miał rocznego dochodu albo wydatku? 2. Wieleby z stodoł swoich kop, albo ze spichlerzow korcy wydawał zboża? 3. Wieleby za sprzedaż brał, albo łożył na kupno bydła lub innego towaru? i t. d. Mogłby takie dawać odpowiedzi: 1. Ze połowę rocznego dochodu ma z krescencyi, osmą część z arend, dwunastą z stad i inwentarza, dwudziestą z młynow i stawow, trzydziestą z pasiek, i oprocz tego z prowizyi np. 72 tysiące, wieleżby miał całego roku dochodu? Co do wydatku, mogłby powiedzieć, iż połowę dochodu swego rocznego wydaie na wyżywienie i potrzeby własne, osmą część na spłacenie długow, dwunastą na nowe fabryki, albo wsiow reparacye, i t. d. i ieszcze mu niedostaie, albo też zbywa np. 12 tysięcy, wieleż wynosi cały wydatek? 2. Zyta np. kop albo korcy corok posyła do Gdańska, i sprzedaie połowę, na domowy obchod odkłada osmą część, na gorzalnią dwunastą, na poddanych zaratowanie pod czas przednowku dwudziestą, na suchedniowe służącym trzydziestą część, i ieszcze mu na nowy zasiew zostaie kop lub korcy np. 2400, wieleż ich ogulnie było? Owszem choćby inne części wypadały z warunkow Zagadnienia, redukcya atoli pomiaru będzie podobna.

ZAGADNIENIE XXI.

OYciec dwoch Synow czyni Teſtamentem Dziedzicami Fortuny swoiey, z tym warunkiem: ażeby ſtarszy wziął 100 Czerwonych Złotych, i czwartą część reszty dziedzictwa (ktore tu niewiadome, i część iego iakaś na inny koniec od Oyca wyznaczona, to ieſt: albo na spłacenia długow, albo na pogrzeb i pobożne uczynki i t. d.) młodszy zaś, ażeby wziął 50 Czerwonych Złotych i połowę tegoż dziedzictwa, po wytrąceniu części braterſkiey i swoich Czerwonych Złotych 50 resztuiącego. Uczyniwszy dział taki, pokazało ſię, że Synowie rownych części Dziedzicami zoſtali. Pytam, iak znaczne to było Dziedzictwo? iakie części w dziale Synowſkim?

REZOLUCYA.

Dziedzictwo niewiadome $= x$, reszta po wytrąceniu Czerwonych Złotych 100 dla Syna ſtarszego wyznaczonych, będzie $x - 100$, albo założywszy za 100 a, $x - a$, czwarta część tey reszty $= \frac{x-a}{4}$, a zatym część przypadaiąca na Syna ſtarszego $= a + \frac{x-a}{4}$. Założywszy zaś za 50 b, część na młodszego

go Teſtamentem spadaiąca będzie $= b + \frac{x - a - b - \frac{x+a}{4}}{2}$, to ieſt: Czerwonych Złotych 50, i połowa dziedziſtwa wytrąciwszy część Brata ſtarszego $a + \frac{x-a}{4}$ iako wyżey, część iego samego $= b$, ktore to wytrącenie czyli odciągnienie przez odmianę znakow ſię tylko tu okazuie. A że obydwie te części podług warunkow Zagadnienia pokazały ſię po uczynionym dziale być rowne, więc następuiący pomiar wynika:

$$a + \frac{x-a}{4} = b + \frac{x - a - b - \frac{x+a}{4}}{2}$$

Chcąc iuż uwolnić pomiar ten od frakcyi, nayprzod przez Mianownika 2 mnożyć trzeba wszyſtkie inne terminy, ktore nie są Licznikiem tegoż Mianownika, to ieſt: same tylko mnożyć trzeba b w drugiey części pomiaru, a w pierwszey wszyſtkie terminy, będzie:

$$2a + \frac{2x - 2a}{4} = 2b + x - a - b - \frac{x+a}{4}$$

Po-

Potym resztę frakcyi gubiąc, czyli przez 4 raz tylko mnożąc, będzie: $8a+2x-2a=8b+4x-4a-4b-x+a$.

Redukuiąc: $6a+2x=4b+3x-3a$.

Przenosząc: $9a-4b=x$.

Lecz $a=100$, $b=50$, więc $x=9a-4b=9\times100-4\times50=900-200=700$. Więc całego dziedzictwa wartość $=700$ Czerwonych Złotych. Doświadczenie: Starszy Syn bierze $a+\frac{x-a}{4}$; więc obrociwszy litery na liczby iuż wiadome, bierze Czerwonych Złotych $100+\frac{700-100}{4}=100+\frac{600}{4}=250$, młodszy zaś bierze: $b+\frac{x-a-b-\frac{x+a}{4}}{2}=50+\frac{700-100-50-\frac{700+100}{4}}{2}=250$, zatym części dziedzictwa na Synow Teſtamentem spadłe są rowne, to ieſt: pierwsza $=250$ i druga $=250$, obydwie zaś $=500$ Czerwonym Złotym, toć reszta tegoż dziedzi-

ſtwa,

ſtwa, to ieſt: Czerwonych Złotych 200 na
inny koniec od Oyca muſi być rozrządzona.
C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XXII.

ZEno Filozof bardzo ſubtelny, i wykrętarz w ſtarożytności ſławny, nie przypuszczaiąc ciągłego ciał ruchu, tak rosprawiał: Ciało albo ſię rusza na mieyscu, na ktorym ieſt, albo ſię rusza na mieyscu na ktorym nie ieſt; lecz twierdzić nie można, żeby ſię ruszało na mieyscu, na ktorym ieſt, gdyż tam spoczywa; ani na mieyscu, na ktorym nie ieſt, gdyż tam nie zoſtaie; więc ciało ciągłego nie ma ruchu. Rozumiał opacznie ow Mędrek, że wszyſtkie ciał ruchy przerwane są przez małe onychże na każdym mieyscu odpoczynki. W czym łatwoby był poznał błąd swoy, gdyby mogł był widzieć Zegarki, ktore poźniey są wynalezione; i gdyby był ruch ciał porownał z obrotem Zegarkowych ſkazowek czyli indexow. Wszakże te przez ſkoki idą, i choć za każdym ſkokiem nieco odpoczywaią, przecięż małemi temi odpoczynkami ciągły ruch ich i obrot nie przerywa ſię. Co oko własne każdemu pokazuie. Chociaż bowiem ſkoki te i odpoczynki w indexach godzinnych są nieznaczne, i pod oko nie podpadaiące, w indexach atoli pierwszominutowych, a tym bardziey drugominutowych aż nadto są widoczne. Z takiego błędnego swego rozumowania

wania wzmiankowany Filozof, naſtępuiący wyciągnął rownie błędny wniosek: Gdyby ruch ciał, mowił on, przerwany nie był przez drobne odpoczynki, rzeczby była nigdy niepodobna, aby Achilles ow w biegu, według Homera, nayprędszy, ktory wſławił ſię podczas Woyny Troiańſkiey, mogł dognać czołgaiącego ſię iako nayopieszaley Zołwia, ktoryby od tegoż Achillesa na 1 milę był oddalony.

Daymy bowiem, mowił daley Zeno, że Achilles 10 np. razy bieży prędzey od Zołwia; ieżeliby więc Achilles y Zołw bez żadney przerwy bieg swoy odprawowali, toć wprzeciągu czasu, w ktorymby Achilles iednę milę ubiegł, Zołw ubiegłby dzieſiątą część mili drugiey, a w przeciągu, w ktorymby Achilles i tę dzieſiątą część mili odprawił, Zołw znowu dzieſiątą część ubiegłby pierwszey dziſiątey części teyże mili, czyli $\frac{1}{100}$, a przebiegłby Achilles i tę setną część, Zołwby ſię posunął znowu do iedney dzieſiątey części z owych setnych, czyli do $\frac{1}{1000}$ i tak zawsze Zołw wyprzedzałby Achillesa, co ſię doświadczeniu sprzeciwia, więc ciągłego, wnoſił Zeno, żadne ciało nie ma ruchu, i iedne nad drugie w biegu być nie może prędsze, z przyczyny niezliczonych odpoczynkow,

ktore

ktore bieg ow, a zatym ruch każdy przerywaią.

REZOLUCYA.

Długo Filozofia dawna o tym Zagadnieniu rosprawiała i mozg Uczniom niepotrzebnie suszyła, a dzisieysza za nie warte nawet swego roztrząsania sądzi. Co się tycze Matematykow, ci z błędnym tym wykrętem tak postępuią; przeświadczeni oni będąc o prędszym iednych, a opieszalszym drugich ruchomych rzeczy biegu, nie wchodzą bynaymniey w przyczyny i wywody tego doświadczenia, ale tylko usiłuią wyznaczyć i na oko pokazać punkta, w ktorych dwie rzeczy nie iednakowo ruchome np. Achilles i Zołw zeyść się mogą, i powinny; a zatym na Problema przerzeczone, i inne temu podobne, następuiącą daią rezolucyą. Niech będzie przeciąg mieysca, ktore ubiedz, albo raczey uleźć ma Zołw, nim się z nim zeydzie Achilles $=x$, że zaś Zołw ow na milę iednę od Achillesa odległy, odległość iego od punktu, z ktorego się ma ruszyć Achilles, będzie $=x+1$. Lecz że Achilles podług domniemania dziesięć razy od Zołwia śpieszniey bieży, przeciąg mieysca od niego ubieżony będzie $=10x$, a zatym wypadnie pomiar:

$$x+1=10x$$

Przenosząc zaś x do drugiey części, będzie $1=10x-x=9x$

Dzie-

Dzieląc przez 9, będzie: $x = \frac{1}{9}$

To iest: Achilles zeydzie się z Zołwiem pierwszey z dziewięciu części mili drugiey, czyli przebiegłszy całą milę i $\frac{1}{9}$ mili drugiey. Albowiem nim Zołw ulezie $\frac{1}{9}$ tey mili, Achilles w dziesięcioro szybszy ubieży $\frac{10}{9}$, a że $\frac{10}{9} = 1 + \frac{1}{9}$, więc w tym punkcie Achilles i Zołw iednako oddaleni będą od owego punktu, na ktorym Achilles znaydował się, a od ktorego Zołw na milę iednę był odległy. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE XXIII.

Kupiec zkupuiąc do sklepu swego sukna albo materye, obiera nayprzod przednieyszy gatunek, i płaci każdy postaw albo sztukę tego gatunku po Czerwonych Złotych 30, potym bierze gatunek podleyszy, i płaci postaw lub sztukę po Czerwonych Złotych 12, sprzedaiąc zaś też sukna albo materye, czy to całkiem czy na łokcie, na każdym postawie czyli

czyli sztuce sukna owego, lub materyi gatunku lepszego, zarabia Czerwonych Złotych 4, a na każdym postawie, albo sztuce podleyszego gatunku zyskuie Czerwonych Złotych 3. Po zupełnym wszystkiego tego towaru sprzedaniu, gdy wydatek swoy z zyskiem porownywa, znayduie zarobku Czerwonych Złotych 300; gdyż wydał za cały ow towar Czerwonych Złotych 2000, a wziął za niego Czerwonych Złotych 2300. Pytam, ile wszystkich postawow sukna albo sztuk materyi pierwszego, a ile drugiego gatunku zakupił i zprzedał?

REZOLUCYA.

Ponieważ Zagadnienie to do tylu innych przypadkow w kupnach i przedażach przystosować się może, ile między handluiącemi Narodami znayduie się rodzaiow towarow, przeto Rezolucya tego Zagadnienia naylepsza mi się być zda ogulna, ktoraby wszystkie owe obeymowała, i ułatwiała przypadki. J dla tego szczegulne to Zagadnienie w takie powszechnieysze zamieniam: Maiąc daną cenę wyraźną pewney miary, części, albo sztuki dwoiakich towarow, tak co do kupna iako co do przedaży, nadto wiadomy ieszcze wydatek ogulny na zakupienie, z zyskiem także ogulnym po zprzedaniu tychże towarow, zgadnąć, ile iednego, a ile drugiego z nich sztuk wszystkich było? Niech więc nayprzod

w kupowaniu cena iedney sztuki pierwszego towaru będzie $=a$, cena iedney sztuki drugiego towaru $=b$, wydatek ogulny $=c$, a po sprzedaży zyſk na obydwu towarach $=d$, liczba zaś niewiadoma wszyſtkich sztuk pierwszego towaru $=x$. Ze więc wydatek na zakupienie obu towarow ieſt $=c$, toć wydatek na towar drugiego gatunku $=c-ax$, a ten dzieląc przez cenę iedney sztuki tegoż drugiego gatunku towaru $=b$, będzie: summa wszyſtkich iego sztuk $=\frac{c-ax}{b}$.

Powtore w przedawaniu niech cena iedney sztuki towaru pierwszego gatunku będzie $=p$, a cena iedney sztuki towaru drugiego $=q$, będzie cena wszyſtkich sztuk pierwszego towaru $=px$, cena zaś wszyſtkich sztuk towaru drugiego czyli ilkości $\frac{c-ax}{b}$, będzie $=\frac{qc-qax}{b}$. A że te dwie ceny podług warunku Zagadnienia przewyższaią ogulny na towary owe wydatek $=c$ zyſkiem $=d$; zrownaią ſię więc z tymże zyſkiem, odciągnąwszy od nich ogulny wydatek c, i pomiar naſtępujący ułozy ſię:

$$px+\frac{qc-qax}{b}-c=d.$$

A zgubiwszy frakcyą, mnożąc przez b inne terminy będzie : $bpx + qc - qax - bc = bd$.

Przenioſſszy zaś ilkości wiadome do wiadomych, będzie : $bpx - qax = bd - qc + bc$.

Podzieliwszy nareszcie przez $bp - qa$, będzie :

$$x = \frac{bd - qc + bc}{bp - qa}$$

Tak iuż maiąc zredukowany pomiar, obrocić trzeba litery na liczby podług Zagadnienia warunkow, np. w oſtatnim danym Zagadnieniu $a = 30$, $b = 12$, $c = 2000$, $d = 300$, $p = 34$, $q = 15$.

A zatym : $x =$

$$\frac{12 \times 300 - 2000 \times 15 + 12 \times 2000}{12 \times 34 - 30 \times 15}$$

Czyli : $x = \dfrac{3600 - 30000 + 24000}{408 - 450}$

Dodawszy zaś 3600 do $+ 24000$, a summę 27600 odciągnąwszy od $- 30000$, będzie reszta $= - 2400$; w Dzielniku także 408 odciągnąwszy od $- 450$ zoſtonie $- 42$, a zatym będzie :

$$x = \frac{-2400}{-42}.$$

Podzieliwszy nakoniec -2400 przez -42, wypadnie cena ilkości x dodatna, to ieſt:

$$x = +57 + \frac{6}{42} = 57 + \frac{1}{7}.$$

J ta ieſt liczba poſtawow sukna, albo sztuk materyi pierwszego gatunku zakupionych; z ktorey łatwo już doyść liczby poſtawow albo sztuk sukna lub materyi drugiego gatunku. Jeżeli bowiem pierwszego ieſt sztuk $57 + \frac{1}{7}$, toć drugiego będzie sztuk =

$$\frac{c - ax}{b} = \frac{2000 - 30 \times 57 + \frac{1}{7}}{12}.$$

Czyli płacąc za każdą sztukę pierwszego towaru po Czerwonych Złotych 30, wypadnie za sztuk $57 + \frac{1}{7}$ summa Czerwonych Złotych $= 1714 + \frac{2}{7}$, ktorą odciągaiąc od całego wydatku czyli od Czerwonych Złotych 2000, zoſtanie reszta $= 285 + \frac{5}{7}$, a tę

dzie-

dźieląc przez 12 Czerwonych Złotych, czyli przez wydatek za każdą zosobna sztukę drugiego towaru, Wieloraz da ogulną liczbę wszyſtkich sztuk tegoż drugiego towaru $= 23 + \frac{17}{21}$, a zatym wszyſtkich razem poſtawow sukna, albo sztuk materyi w obydwoch gatunkach było $80 + \frac{20}{21}$. Doświadczenie. Wszakże zarabiaiąc po Czerwonych 4 na $57 + \frac{1}{7}$ sztukach, zarobił Czerwonych Złotych $228 + \frac{4}{7}$, potym: po Czerwonych Złotych 3, na $23 + \frac{17}{21}$, zarobił Czerwonych Złotych $71 + \frac{9}{21}$. A że $228 + 71 + \frac{4}{7} + \frac{9}{21} = 300$, więc i t. d. C. B. D. R.

ZA-

ZAGADNIENIE XXIV.

GOspodarz na wyżywienie swoie i Domownikow swoich, corok 60 korcy pszenicy odkładał, a resztę wysiewał. Zdarzyło się, że przez trzy ciągłe lata w sześcioro więcey rodziło Mu się pszenicy, aniżeli iey wysiewał, czyli: że wysiew każdy szoste ziarno wydawał, przeto w dziesięcioro bogatszym w pszenicę stał się po trzech latach, aniżeli był przedtym. Pytam, ile korcy pszenicy miał na początku gospodarstwa?

REZOLUCYA.

Korce na początku miane $=x$, odkładane na wyżywienie $60=a$, coroczna krescencya w sześcioro powiększaiąca się przez każdy rok w przeciągu lat trzech $=m$, będzie zatym wysianey owey w pierwszym roku pszenicy (odciągnąwszy od x a, czyli 60 na wyżywienie korcy) $=x-a$, pierwszoroczna zaś oneyże krescencya będzie (rozmnożywszy wysiew pierwszoroczny $x-a$ przez m, czyli sześciorakie powiększenie) $=mx-am$. Na rok zaś drugi od tey krescencyi odciągnąwszy znowu a, na wyżywienie Domownikow, reszta wysiana będzie $=mx-am-a$, krescencya zaś drugoroczna będzie, rozmnożywszy tenże drugoroczny wysiew przez m, $= mx-am-a\times m=mmx-amm-am$, czyli: m^2x-am^2-am.

Na rok iuż trzeci, znowu a odciągnąwszy od drugoroczney krescencyi, będzie reszta pozostała na wysiew trzecioroczny $= m^2x - am^2 - am - a$, a ten wysiew znowu rozmnożywszy przez m, będzie trzecioroczna krescencya $= m^2x - am^2 - am - a \times m = m^3x - am^3 - am^2 - am$. Że zaś cały ten pszenicy maiątek w dziesięcioro większy być powinien nad ow, ktory był na początku gospodarstwa, więc taki wypada pomiar:

$$m^3x - am^3 - am^2 - am = 10x.$$

Przenosząc niewiadome do niewiadomych będzie: $m^3x - 10x = am^3 + am^2 + am$.

Dzieląc przez $m^3 - 10$,

będzie: $x = \frac{am^3 + am^2 + am}{m^3 - 10}$.

Zakładaiąc nareszcie za litery liczby, i wynosząc ie do tego stopnia, do ktorego litery są wyniesione, cena niewiadomey ilkości x odkryie się. Albowiem ieżeli $a = 60$, $m = 6$, więc $m^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216$, $m^2 = 36$, a zatym $am^3 = 60 \times 216 = 12,960$, $am^2 = 60 \times 36 = 2160$, $am = 360$. Przeto: $x = \frac{am^3 + am^2 + am}{m^3 - 10}$

$= \frac{12,960 + 2160 + 360}{216 - 10}$ Czyli $x =$

$$\frac{15480}{206}=75+\frac{30}{206} \text{ czyli } +\frac{15}{103}.$$

Miał tedy ow Gospodarz na początku gospodarstwa swego pszenicy korcy $75+\frac{15}{103}$

Doświadczenie. Jeżeli bowiem miał w ten czas korcy $75+\frac{15}{103}$, toć odłożywszy na potrzeby domowe korcy 60, nie wysiał w pierwszym roku tylko korcy $15+\frac{15}{103}$, a że mu wysiew ten szoste ziarno wydał, toć w rok miał: $15\times6+\frac{15}{103}\times\frac{6}{1}=90+\frac{90}{103}$, a od tego odciągnąwszy korcy 60 na wyżywienie, zostanie na nowy wysiew korcy $30+\frac{90}{103}$, znowu więc $30+\frac{90}{103}\times6$ uczyni w drugim roku $180+\frac{540}{103}$, odciągnąwszy zaś od tego 60, zostanie na trzeci wysiew $120+\frac{540}{103}$, ktory w trzecim ro-

rozmnożony w sześcioro uczyni: $720 + \frac{3240}{103}$ czyli $751 + \frac{47}{103}$. Co wynieſie więcey niż w dzieſięcioro nadto, co miał na początku, czyli nad $75 + \frac{15}{103}$, gdyż $75 + \frac{15}{103} \times 10 = 750 + \frac{150}{103}$ czyli: $751 + \frac{47}{103}$. C. B. D. R.

ZADANIE II.

Gdy z warunkow iakiego Zagadnienia wypadną dwie, lub kilka niewiadomych ilkości, a zatym dwa lub kilka też niewiadome ilkości w sobie zawieraiących pomiarow, iakim sposobem wyrugować i zgubić owe ilkości niewiadome, żeby z nich iedna tylko w iednym pomierze zoſtała?

REzolucye niżey położonych Zagadnieniow, każdego przeświadczą o nieuchronney potrzebie szukania i używania znalezionych sposobow, na takie redukowanie wielu ilkości niewiadomych, żeby iedna tylko z nich w iednym zoſtała pomierze. Jnaczey bowiem nie może ſię odkryć cena wszyſtkich owych niewiadomych

mych ilkości, ſkoro wszyſtkie ſię nie wygubią, i iedna tylko z nich z iednym pomiarem nie zoſtanie. Rożne zaś na to Rachmiſtrze literalni przepisuią sposoby, z ktorych naſtępuiące 4 są nayzwyczaynieysze.

I. Pierwszy sposob rugowania z pomiarow ilkości niewiadomych, a zatym i samych gubienia pomiarow bez zepsucia ceny tychże niewiadomych ieſt przez *Założenie* (per subſtitutionem,) to ieſt: wziąwszy cenę iedney ktorey z kilku w iednymże pomierze będących ilkości niewiadomey (czyli w pierwszey pomiaru części iednę ktorą zoſtawiwszy niewiadomą, a inne wszyſtkie z wiadomemi nawet, ieśli będą, do drugiey części z przeciwnym znakiem przenioſſszy) cenę tę w drugim pomierze z warunkow tegoż Zagadnienia wypadłym załoz za tęż samę niewiadomą ilkość, np. ieżeli Ci w iakim Zagadnieniu wypadły te dwa pomiary dwie niewiadome ilkości w sobie zawieraiące, pierwszy: $x+y=a$ drugi: $2y+x=b$. Cena w pierwszym niewiadomey ilkości x, przekładaiąc do drugiey części y, będzie: $x=a-y$, a tę cenę założywszy za tęż niewiadomą x w drugim pomierze, będzie: $2y+a-y=b$, czyli odciągaiąc $-y$ od $2y$, będzie: $y+a=b$ gdzie iuż iedna tylko ieſt niewiadoma, i ieden iuż tylko pomiar rowny dwom danym, gdyż w tym drugim lubo niemasz ilkości x, ktora była w pierwszym pomierze, ieſt atoli cena iego, czyli to, co ilkości x było rownego, to

ieſt:

ieſt : a—y , zatym taka przez Założenie uczyniona redukcya , lubo iednę niewiadomą zgubiła , ceny iednak iey nie zgubiła. Sposob ten redukowania pomiarow naybardziey używany bywa w ten czas , kiedy trzy lub więcey ilkości niewiadomych , a zatym i pomiarow z warunkow Zagadnienia wypadną. W ten czas albowiem we dwoch pomiarach ktorychkolwiek bierze ſię ſię cena dwoch niewiadomych , a w trzecim pomierze cena ich zakłada ſię za też same niewiadome ; np. ieżeli z Zagadnienia wypadną te trzy pomiary I. $x+y=a$ II. $y+z=b$, III. $x+z=c$. Wziąwszy cenę w pierwszym pomierze $x=a-y$, a w drugim $z=b-y$, i ceny te założywszy za x i z w trzecim , będzie $a-y+b-y=c$ czyli przenioſſszy niewiadome do drugiey części , a wiadomą do pierwszey , będzie $a+b-c=2y$, czyli $y=\frac{a+b-c}{2}$, gdzie iedna już tylko ieſt niewiadoma , a pomiary wszyſtkie trzy do iednego zredukowane. W takim zaś przez Założenie redukowaniu , tę trzeba koniecznie zachować regułę , to ieſt : ile razy ſię trafi , a trafia ſię bardzo częſto , że ilkość niewiadoma w tym pomierze , w ktorym zakładać ſię ma cena iey z innego pomiaru wzięta , ma wyraźnego współczynnika , potrzeba przez tego współczynnika całą wzmiankowaną cenę i każdy z osobna termin iey rozmnożyć , zachowuiąc w tym mnożeniu Przepis na zna-

znaki, zwłaszcza, kiedy się trafia cena odciążna, bo kiedy iest dodatna, na ten czas znaki te wszystkie wypadać muszą, ktore są w teyże cenie, oprocz znaku pierwszego iey terminu. Niech będą np. trzy te pomiary, ktore redukować potrzeba I. $4x+y=a$, II. $7x+z=b$, III. $4y+5z=c$. Cena z pierwszego pomiaru $y=a-4x$, z drugiego $z=b-7x$. Zakładaiąc w trzecim cenę y, będzie nayprzod: $+4\times+a=+4a$, powtore: $+4\times-4x=-16x$, zakładaiąc zaś cenę z, będzie: $+5\times+b=+5b$, potym $+5\times-7x=-35x$, a zatym trzeci pomiar zamieni się w ten: $4a-16x+5b-35x=c$, czyli $4a+5b-c=51x$ czyli $x=\dfrac{4a+5b-c}{51}$. Lecz gdyby redukować przyszło te dwa pomiary: $a=x-2x$, i $b-3x=y$, cena pierwszego, przenioszszy do pierwszey części niewiadome, a wiadomą do drugiey, będzie: $2x-x=-a$, czyli: $x=-a$, a cenę tę założywszy w drugim pomierze za $-3x$, będzie $-3\times-a=+3a$ (przez Przepis na znaki Multypl.) a zatym pomiar drugi będzie: $b+3a=y$. Co dobrze proszę pomnieć.

II. Drugi sposob przez *Składanie* (per compositionem) cen iedneyże ilkości ze dwoch pomiarow wypadaiących, to iest: gdy ilkości iakiey niewiadomey weźmiesz cenę w iednym pomierze, potym teyże samey ilkości we-

weźmiesz cenę w drugim pomierze, a te dwie ceny zrownasz z sobą i w nowy pomiar ułożysz, zgubisz iednę z niewiadomych, a dwa pomiary w ieden zamienisz, rowny obydwom pierwszym. Przeto sposob ten redukowania w ten czas pospolicie używany bywa, kiedy dwa wypadną pomiary z warunkow Zagadnienia, lubo i w tym razie używać można pierwszego sposobu przez Założenie. Niech będą np. dwa pomiary, pierwszy: $x+y=a$, drugi $3x=4y$, cena z pierwszego $x=a+y$, z drugiego: $x=\frac{4y}{3}$, więc składaiąc te obydwie ceny, będzie nowy pomiar obydwom danym rowny $a+y=\frac{4y}{3}$, a to na fundamencie tey prawdy przez się iasney; dwie rzeczy iedney trzeciey rowne, są między sobą także rowne. A że ceny rzeczone są rowne iedneyże trzeciey ilkości x, toć i sobie są rowne, a zatym $a+y=\frac{4y}{3}$, czyli zgubiwszy frakcyą $3a+3y=4y$, czyli: $3a=4y-3y$, czyli: $3a=y$.

III. Trzeci sposob przez *Dodanie* iednego pomiaru do drugiego, np. maiąc w iakim Zagadnieniu te dwa pomiary, pierwszy: $x+y=a$, drugi: $x-y=b$, dodawszy obydwa, mieć będziesz ieden pierwszym obydwom

dwom rowny: $x+y+x-y=a+b$, czyli: $2x=a+b$. Jeżeli bowiem rowne ſię rzeczy dodadzą rownym, i summy będą rowne. Lecz ten ſpoſob w ten czas tylko prawie bywa używany, kiedy przez Dodanie pomiarow może ſię ilkość niewiadoma zgubić dla przeciwnych znakow, z ktorych ieden w iednym, a drugi w drugim znayduie ſię pomierze. Lubo czasem przyda ſię i w innych przypadkach, iako ſię da widzieć w Zagadnieniu trzecim.

IV. Czwarty ſpoſob przez *Odciągnienie* iednego od drudiego pomiaru, np. maiąc te ſame dwa pomiary $x+y=a$, i $x-y=b$, można odciągnąć drugi od pierwszego, będzie reszta $x+y-x+y=a-b$, czyli: $2y=a-b$, gdzie x dla przeciwnych znakow zepsuło ſię, i zoſtało ſame y. Lecz oczywiſta, że i tego ſpoſobu nie zawsze można użyć, dla tego doświadczać potrzeba obydwoch oſtatnich, ktoregoby ſię z nich chwycić, a ktory opuścić należało. Widzieć można w naſtępuiących zaraz Zagadnieniach, iak pierwsze dwa redukowania pomiarow ſpoſoby są przydatne, i ułatwić rownie dobrze mogące rożne tychże Zagadnieniow warunki; trafia ſię atoli, że tamte ſame bez tych pomocy cale są nieſkuteczne, iako każdy pozna z Rezolucyi Zagadnienia dzieſiątego, przeto wszyſtkie 4 te ſpoſoby i zrozumieć dobrze, i pamiętać należy.

ZADANIE III.

Jak rezolwować Zagadnienia proſte określone, w ktorych ſię kilka niewiadomych ilkości znayduie?

I. MAiąc takie Zagadnienie rezolwować, ktorego warunki wyciągaią założenia kilku niewiadomych ilkości, i tyluż ułożenia pomiarow, potrzeba nayprzod dwa pierwsze Przepisy na początku Rozdziału tego dane zachować, to ieſt: 1. Uważać, ktore w Zagadnieniu tym wiadome są rzeczy, a ktore niewiadome, i litery za liczby pozakładać, gdzie iakich trzeba; 2. Dobrze roztrząsnąć warunki Zagadnienia, i ile tych warunkow ieſt zawieraiących w sobie co niewiadomego, czyli ile samych niewiadomych ilkości ieſt, tyle ułożyć pomiarow. Przepis ten, iak i inne naſtępuiące, naylepiey okaże przykład.

ZAGADNIENIE I.

MAtka spytana o wiek trzech Synow swoich, odpowiedziała: naymłodszy Syn moy z srzednim maią lat 25, srzedni z nayſtarszym 60, a nayſtarszy z naymłodszym 37. Jakież lata każdego zosobna Syna?

RE-

REZOLUCYA I.

Zakładaiąc nayprzod litery za niewiadome lata, będą lata naymłodszego =x, śrzedniego =y, nayſtarszego =z, 25=a, 60=b, 37=c; ponieważ więc trzy tu są warunki, i troiakie lata niewiadome, przeto na trzy pomiary to Zagadnienie obrocisz, to ieſt niewiadome lata Synow naymłodszego i śrzedniego zrownasz z a, i będzie pierwszy pomiar: $x+y=a$

Potym niewiadome lata śrzedniego i nayſtarszego zrownasz z b, i będzie drugi pomiar: $y+z=b$.

Nareszcie lata nayſtarszego i naymłodszego zrownasz z c, będzie trzeci: $x+z=c$.

II. Maiąc iuż ułożone pomiary, a widząc, że w nich więcey iak porazu niewiadoma każda ilkość mieści ſię, przyſtąpić potrzeba do redukcyi tychże pomiarow, i rugowania owych niewiadomych ilkości, żeby iedna tylko w iednym pomierze zoſtała, zażywaiąc do tego sposobow pod Zadaniem poprzedzaiącym opisanych. Tak w przedſięwziętym przykładzie, chcąc trzy na ieden zredukować pomiary, możesz pierwszego użyć sposobu, biorąc cenę x w pierwszym pomierze, a w drugim cenę z, ponieważ te obydwie niewiadome znayduią ſię w trzecim, będzie 1. $x=a-y$. 2. $z=b-y$, ktore to dwie ceny (zanotowawszy ie na boku, gdyż do dokończenia

czenia Rezolucyi będą potrzebne) załoź za też niewiadome x i z w trzecim pomierze, będzie: a—y+b—y=c, gdzie iuż iedna tylko niewiadoma ieſt ilkość y, i pomiary wszyſtkie trzy na ten ieden obrocone. Nic więc iuż nie zoſtaie, tylko dokończyć tey redukcyi podług Przepisow ogulnych, to ieſt: niewiadome obydwie, ponieważ są tu odciążne, do drugiey przenieść części, a wiadome do pierwszey, będzie a+b—c=2y, nareszcie przez współczynnika 2 podzielić, będzie:

$$y = \frac{a+b-c}{2}$$

III. Zredukowawszy wszyſtkie niewiadome ilkości do iedney, a tey przez inną żadną, ani rozmnożoney, ani podzieloney, a zatym pomiary wszyſtkie w ieden sposobami przepisanemi zamieniwszy, obroć litery na liczby, za ktore na początku Rezolucyi, założone były, znaydziesz cenę teyże iedney niewiadomey. Zebyś zaś i innych w tymże Zagadnieniu niewiadomych ilkości znalazł ceny, tę znalezioną dopiero cenę zakładay w zanotowanych owych cenach, w ktorych taż niewiadoma iuż odkryta zawiera się. J tak w naszym przykładzie nayprzod litery obracaiąc na liczby, ponieważ a=25, b=60, c=37, będzie: $y = \frac{a+b-c}{2} = \frac{25+60-37}{2}$

$$= \frac{85-37}{2} = \frac{48}{2} = 24.$$ A ieżeli y = 24, toć x = a — y = 25 — 24 = 1, toć i z = b — y = 60 — 24 = 36, i t. d.

IV. Na koniec doświadcz, czy ceny niewiadomych ilkości iuż odkryte odpowiadaią, i dosyć czynią warunkom Zagadnienia. Jeżeli tak ieſt, tedy dobra cała robota, ieżeli zaś choć iednemu warunkowi nie ſtało ſię zadosyć, omyłka iakaś w rachubie ſtać ſię muſiała, więc na nowo powtorzyć robotę potrzeba. Tak w Zagadnieniu dopiero rezolwowanym, warunek pierwszy był, aby x i y czyli lata naymłodszego i śrzedniego Synow były = a czyli: 25. Aże 1 + 24 = 25, toć ſię temu warunkowi uczyniło dosyć. Drugi, aby y + z, czyli, lata śrzedniego i nayſtarszego Synow były = b, czyli: 60. Aże 24 + 36 = 60, więc i temu warunkowi ſtało ſię zadosyć. Trzeci, aby x + z czyli naymłodszego i nayſtarszego Synow lata były = c, czyli: 37. Aże 1 + 36 = 37. Więc i temu warunkowi odpowiada Rezolucya; więc niezawodnie dobrze ſię rezolwowało, co było do rezolwowania.

REZOLUCYA II.

Przez ſkładanie. Ponieważ ogulnego Przepisu dać nie można, względem używania danych sposobow na redukcye rożnych pomia-

row

row do iednego takiego, w ktorymby iedna tylko z niewiadomych została, dla tego, że iak warunki Zagadnieniow nie iednakie bywaią, tak sposoby redukowania pomiarow nie iednostayne, więc, żeby Zaczynaiący nabyli łatwości używania wszystkich czterech przepisanych nato sposobow, a mianowicie dwoch pierwszych przez założenie i składanie, iako naydoświadczeńszych, dwoiakie na to pierwsze i niektore następuiące Zagadnienia dam Rezolucye. Maiąc w pierwszym Zagadnieniu wypadłe z warunkow te trzy pomiary, pierwszy: $x+y=a$, drugi: $y+z=b$, trzeci: $x+z=c$, a namyślaiąc się o sposobie redukowania onych, gdybyś się chwycił drugiego sposobu przez składanie, tak ci postąpić należy. Widzisz niewiadomą ilkość x w pierwszym i trzecim pomierze, weź więc ceny ich, będzie z pierwszego pomiaru $x=a-y$, z trzeciego zaś $x=c-z$, i złoż te dwie ceny w ieden pomiar, będzie: $a-y=c-z$, a tak zgubiłeś iuż iednę niewiadomą x; żebyś zaś i drugiey y pozbył się, szukay w tym nowym pomierze ceny iey, będzie: $a-c+z=y$, z drugiego zaś ieszcze nietykanego pomiaru, będzie cena teyże niewiadomey $y=b-z$, znowu więc złoż te ceny w ieden pomiar, będzie: $a-c+z=b-z$, gdzie iuż iedna tylko została niewiadoma z, ktorey, zredukowawszy ten pomiar, zapytana cena bę-

dzie: $2z = b - a + c$, czyli: $z = \frac{b - a + c}{2}$ czyli obrociwszy litery na liczby: $z = \frac{60 - 25 + 37}{2} = 36$. A zatym $y = b - z = 60 - 36 = 24$, $x = a - y = 25 - 24 = 1$. Jak wyżey pod Rezolucyą 1. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE II.

W Pewney fortecy byli na załodze Francuzi, Szwaycarowie i Niemcy. Liczba Francuzow wziętych wraz z Szwaycarami wynosiła 5000, Szwaycarow z Niemcami 7000, a Niemcow z Francuzami 6000. Pytam, ile z każdego Narodu Zołnierzy było, tudzież, ile było wszystkich razem wziętych?

Rezolucye tego Zagadnienia też same są, co i pierwszego, gdyż i warunki iego podobne i pomiary.

REZOLUCYA I.

Przez założenie. Niech będzie liczba Francuzow niewiadoma $= x$, Szwaycarow $= y$ Niemcow $= z$, $5000 = a$, $7000 = b$, $6000 = c$. Wypadną 3 pomiary.

Liczba Francuzow z Szwaycarami: $x + y = a$.

Liczba

Liczba Szwaycarow z Niemcami $y+z=b$.

Liczba Niemcow z Francuzami $z+x=c$.

Biorąc cenę x w pierwszym będzie: $x=a-y$.

W drugim zaś cenę z, będzie: $z=b-y$.

Zakładaiąc obydwie w trzecim, będzie: $b-y+a-y=c$.

Przenosząc, będzie: $a+b-c=2y$

Dzieląc na koniec przez 2, $y=\frac{a+b-c}{2}$

Obracaiąc litery na liczby: $y=\frac{5000+7000-6000}{2}$

Czyli: $y=\frac{12000-6000}{2}=\frac{6000}{2}=3000$.

A gdy $y=3000$, toć $x=a-y=5000-3000=2000$; $z=b-y=7000-3000=4000$. Liczba więc Francuzow $=2000$, Szwaycarow $=3000$, Niemcow $=4000$. Doświadczenie. Albowiem $2000+3000=5000$, $3000+4000=7000$, $2000+4000=6000$. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Przez ſkładanie. Wziąwszy cenę x w pierwszym i drugim pomierze, złoż ie w nowy pomiar, będzie: $x=a-y=c+z$, czyli: $a-c+z=y$, wziąwszy znowu tę cenę, złoż z drugą wziętą w drugim pomierze ceną y, będzie: $a-c+z=b-z$, czyli: $2z=b-a+c$, czyli: $z=\frac{b+c-a}{2}$ czyli obrociwszy litery na liczby $z=\frac{7000+6000-5000}{2}=\frac{13000-5000}{2}=\frac{8000}{2}$ $=4000$ i t. d. iak wyżey.

ZAGADNIENIE III.

CZterech Kupcow A, B, C, D, ſkładkę na handel czynią. A, B i C, razem daią Czerwonych Złotych 790. B, C i D, daią 990. C, D i A, daią 940. Na koniec D, A, B, daią 850. Pytam, iak wielka summa złożona od wszyſtkich, i każdego z osobna?

RE-

REZOŁUCYA.

Przez dodanie. Summa $A=x$, $B=y$, $C=z$, $D=w$. Z Zagadnienia warunkow wychodzą 4 pomiary:

Pierwszy: $x+y+z=790$.
Drugi: $y+z+w=990$.
Trzeci: $z+w+x=940$.
Czwarty: $w+x+y=850$.

Możnaby te pomiary redukować przez założenie lub przez składanie, tak, iak w Zagadnieniach 1 i 2. Lecz osobliwy to ieſt przypadek, w ktorym przez same pomiarow dodanie, przez ktore żadna nawet niewiadoma ilkość nie gubi ſię, znaleziona być może summa zapytana. Albowiem dodawszy pomiary, będzie z nich summa $=3x+3y+3z+3w=3570$.

Podzieliwszy zaś przez 3, będzie: $x+y+z+w=1190$.

J ta ieſt summa od wszyſtkich Kupcow złożona, od ktorey odciągnąwszy złożone w szczegulności od A, B i C, reszta będzie D, i t. d. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

Kupiec Gdańſki przyſłał Warszawſkiemu raz 3 kamieni kawy, a 4 oxety wina za Czerwonych Złotych 69, drugi raz 5 kamieni kawy, a 2 oxety wina za Czerwonych Złotych 45. Pyta Warszawſki Kupiec, po

czemu

czemu przypada kamień kawy, a po czemu oxet wina?

REZOLUCYA. I.

Przez założenie. Cena kawy niewiadoma $= y$, wina $= x$, $69 = a$, $45 = b$. Z pierwszego warunku Zagadnienia będzie pomiar, rozmnożywszy cenę przez kamienie i oxety: $3y + 4x = a$.

Z drugiego zaś warunku, będzie: $5y + 2x = b$.

Biorąc cenę y w pierwszym pomierze, będzie: $y = \frac{a - 4x}{3}$.

A cenę tę zakładaiąc w drugim za $5y$, wprzod ią przez 5 rozmnożywszy, będzie: $\frac{5a - 20x}{3} + 2x = b$.

Gubiąc frakcyą, będzie: $5a - 20x + 6x = 3b$.

Przenosząc: $5a - 3b = 20x - 6x = 14x$.

Dzieląc, będzie: $x = \frac{5a - 3b}{14}$.

Obracaiąc litery na liczby: $x = \frac{5 \times 69 - 3 \times 45}{14}$.

Czy-

Czyli: $x = \frac{345 - 135}{14} = \frac{210}{14} = 15.$

A ieśli $x = 15$, toć $y = \frac{a - 4x}{3} = \frac{69 - 15 \times 4}{3} = \frac{69 - 60}{3} = \frac{9}{3} = 3.$

Doświadczenie. Wszakże nayprzod: 3 kamienie kawy, a 4 oxety wina czynią: $3 \times 3 = 9 + 4 \times 15 = 60$, a zatym razem $= 69$. Potym 5 kamieni kawy, a 2 oxety wina czynią $5 \times 3 = 2 \times 5 + 1 \times 15 = 30$, a zatym razem $= 45$. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Przez składanie. Weź ceny niewiadome, np. y w pierwszym i drugim pomierze, złoż ie w ieden, a ten zredukuy, tęż samę cenę odkryiesz. Będzie albowiem cena z pierwszego: $y = \frac{a - 4x}{3}$, z drugiego $y = \frac{b - 2x}{5}$, a zatym składaiąc, będzie: $\frac{a - 4x}{3} = \frac{b - 2x}{5}$. Gubiąc frakcye, będzie nayprzod:

$a - 4x = \frac{3b - 6x}{5}$, potym: $5a - 20x = 3b - 6x$. Przenosząc y odciągaiąc: $14x = 5a - 3b$. Dzieląc na koniec: $x = \frac{5a - 3b}{14}$ tak, iak i pierwey.

ZAGADNIENIE V.

PAn przyimuiąc ſługę, taką z nim czyni umowę: za każdy dzień, ktorego będziesz pracował, oprocz wiktu, weźmiesz odemnie 3 srebrne grosze, przeciwnie, za każdy dzień, ktory na prożnowaniu ſtrawisz, ty mi za wikt 7 srebrnych groszy zapłacisz. Gdy upłynęło od owey umowy dni 50, a porachunek Pan z ſługą uczynił, pokazało ſię, że ieden drugiemu nic nie był winien. Pytam, ile ow ſługa dni na pracy, a ile na prożnowaniu ſtrawił?

REZOLUCYA. I.

Przez założenie. Dni na pracy ſtrawione $= x$, na prożnowaniu zaś $= y$, dni upłynionych $50 = a$. Oczywiſta nayprzod: że dni na pracy i prożnowaniu ſtrawione razem wzięte wyrownały dniom 50. Zatym pierwszy pomiar będzie: $x + y = a$.

Po-

Powtore, że summa groszy rozmnożona przez dni niewiadome pracy, rowna była summie groszy rozmnożoney przez dni także niewiadome prożnowania. Albowiem, gdy upłynęło dni 50, nic ieden drugiemu nie był winien, a zatym drugi pomiar będzie: $3x = 7y$.

Wziąwszy więc cenę x w pierwszym pomierze, będzie: $x = a - y$, i założywszy ią za $3x$ w drugim, będzie: $3a - 3y = 7y$.

Przenosząc zaś, będzie: $3a = 7y + 3y$

A dodaiąc i dzieląc; będzie: $3a = 10y = y = \frac{3a}{10}$.

Obracaiąc zaś litery na liczby, będzie:

$$y = \frac{150}{10} = 15.$$

A gdy $y = 15$, toć $x = a - y = 50 - 15 = 35$.

Doświadczenie: Albowiem ieżeli na pracy strawił, dni 35; a brał za każdy ten dzień po groszy srebrnych 3, toć wziął $35 \times 3 = 105$, a ieśli na prożnowaniu strawił dni 15, a płacił Panu za wikt każdego tego dnia groszy srebrnych 7, toć zapłacił $15 \times 7 = 105$. A zatym po upłynieniu dni $35 + 15$ czyli: 50, nic ieden drugiemu nie był winien. C. B. D. R.

RE-

REZOLUCYA. II.

Wziąść możesz iedneyże ktorey ilkości np. x ceny w obydwoch pomiarach, będzie: 1. $x=a-y$. 2. $x=\frac{7y}{3}$, a złożywszy obydwie, będzie: $a-y=\frac{7y}{3}$, czyli gubiąc frakcyą: $3a-3y=7y$, przenosząc zaś: $3a=7y+3y$ czyli: $3a=10y$, czyli: $y=\frac{3a}{10}$ iak pierwey.

ZAGADNIENIE VI.

Euklides taką komuś zadał gadkę: szły Muł i Oślica z ciężarem, niosąc wino w baryłach. Do Oślicy pod ciężarem ſtękaiącey muł, czego, rzecze, ſtękasz? Gdybyś z wina, ktore dźwigasz, mnie iednę baryłkę dała, ciężar moy wedwoynasob od twego byłby większy, gdybyś zaś odemnie iednę wzięła, rownebyśmy dźwigali ciężary. Zgadniy, ile baryłek wina Muł, a ile Oślica dźwigała?

RE-

REZOLUCYA. I.

Przez Założenie. Baryłki niewiadome Muła $= x$ Oślicy $= y$. Gdyby nayprzod Oślica iednę baryłkę Mułowi dała, ciężar Muła byłby $= x + 1$, a Oślicy zostałby $= y - 1$. Po takim zaś przeniesieniu iedney baryłki, większy we dwoynasob byłby ciężar Muła od ciążaru Oślicy; przeto, żeby i Muła i Oślicy rowne były ciężary, trzeba albo podzielić Muła ciężar iedną baryłką powiększony przez 2, albo przez też 2 rozmnożyć ciężar Oślicy iedną także baryłką zmnieyszony; rozmnożywszy, wypadnie pierwszy pomiar: $x + 1 = 2y - 2$.

Gdyby zaś Muł Oślicy dał 1 baryłkę, ciężar iey byłby: $y + 1$, a Mułowi zostałby: $x - 1$, a że na ten czas ciężary Muła i Oślicy zrownałyby się, więc drugi pomiar: $x - 1 = y + 1$.

Cenę z pierwszego: $x = 2y - 3$, zakładaiąc w drugim, będzie: $2y - 3 - 1 = y + 1$.

Czyli dodaiąc iednoznaczne, będzie: $2y - 4 = y + 1$.

Przenosząc niewiadome do niewiadomych, i przeciwnie, będzie: $2y - y = 4 + 1$.

Odciągaiąc, i dodaiąc, będzie: $y = 5$.

A ieżeli $y = 5$, toć $x = 2y - 3 = 2 \times 5 - 3 = 10 - 3 = 7$.

Muł więc 7, a Oślica 5 baryłek wina dzwigały. Doświadczenie. Jeśli Muł z 7 bary-

baryłek da 1 Oślicy, będzie: 6=6, ieżeli zaś Oślica Mułowi, będzie 4: 8=1: 2. C. B. D. R.

REZOLUCYA. II.

Przez Składanie. Weź cenę z pierwszego pomiaru tę, co pierwey x=2y—3, z drugiego zaś: x=y+2, a obydwie w ieden pomiar złożywszy, będzie: 2y—3=y+2 czyli przeniosszy: 2y—y=2+3, czyli: y=5, iak wyżey.

ZAGADNIENIE VII.

Włodarz, albo Gumienny, ktoremu Pan zlecił przedaż zboża, rachunkow Panu nie zdawszy, umarł. Pan chcący zasięgnąć wiadomości, po siłaż ktore zboże przedawał, pyta oto żony iego. Lecz ta nic o tym nie wie, tylko, że widziała za powrotem z targu trzy razy męża rachuiącego pieniądze, i gdy rzecze, pierwszą razą rachował, za 8. korcy ięczmienia, a za 2 korce żyta zprzedanego, narachował Tynfow 42. Drugą razą za 7 korcy ięczmienia, a 1 pszenicy narachował Tynfow 36. Trzecią razą za 4 korce żyta, a 5 pszenicy narachował Tynfow 60. Pan Rachmistrzowi swemu każe, aby dochodził, po wiele korzec ięczmienia, a po wiele żyta i pszenicy zprzedany?

RE-

REZOLUCYA I.

Przez założenie. Cena niewiadoma ięczmienia $=x$, żyta $=y$, pszenicy $=z$. Z troiakiego warunku te trzy wypadaią pomiary, pierwszy: $8x+2y=42$.

Drugi: $7x+z=36$.

Trzeci: $4y+5z=60$.

Cena z pierwszego zredukowanego wprzod przez 2 na mnieysze terminy, to iest: z tego $4x+y=21$, iest: $y=21-4x$.

Cena z drugiego drugiey niewiadomey, $z=36-7x$.

Obydwie te ceny w trzecim pomierze zakładaiąc, pierwszą za y, rozmnożoną przez współczynnika 4, drugą za z, rozmnożoną przez 5, będzie: $84-16x+180-35x=60$.

Dodaiąc, będzie: $264-51x=60$.

Przenosząc i odciągaiąc: $264-60=51x=204=51x$.

Naostatek dzieląc, będzie: $x=\frac{204}{51}=4$.

A ieżeli $x=4$, toć $y=21-4x=21-16=5$, toć $z=36-7x=36-28=8$. Doświadczenie. Wszakże nayprzod: 8 korcy ięczmienia i 2 żyta rozmnożywszy przez ceny dopiero znalezione, to iest: $8\times4+2\times5=32+10=42$. Powtore: 7 korcy ięczmienia a 1 pszenicy, to iest: $7\times4+1\times8=28+8=36$. Potrzecie: 4 korce żyta

i 5

i 5 pszenicy rozmnożone przez tęż ceny, czyli: $4\times5+5\times8=20+40=60$. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Przez składanie. Weź cenę tę samę, co wyżey z pierwszego pomiaru $y=21-4x$, a drugą cenę teyże niewiadomey z trzeciego pomiaru $y=\frac{60-5z}{4}$, i złoż ie w ten nowy pomiar: $\frac{60-5z}{4}=21-4x$, w ktorym zgubiwszy frakcyą, weź znowu cenę niewiadomey z, będzie nayprzod: $60-5z=84-16x$, czyli: $16x+60-84=5z$, czyli: $16x-24=5z$, potym: $z=\frac{16x-24}{5}$, a drugą teyże niewiadomey cenę wziąwszy w drugim pomierze $z=36-7x$, złoż ie w ten nowy: $36-7x=\frac{16x-24}{5}$, gdzie zgubiwszy frakcyą, będzie: $180-35x=16x-24$. Przenioſſszy zaś, będzie: $180+24=16x+35x$, czyli: $204=51x$. Nakoniec podzieliwszy, będzie: $x=\frac{204}{51}=4$, tak, iako i pierwey.

ZA-

ZAGADNIENIE VIII.

MA kto konia wartuiącego Czerwonych Złotych 90, i rządzik do niego dwoiaki, ieden przedni, a drugi podleyszy, ktorego cena niewiadoma; to tylko wie Pan tego konia, że koń iego wraz z rządzikiem podleyszym taxowany ceną we dwoie większą, za cenę rządzika przedniego, przeciwnie: koń tenże wraz z przednim rządzikiem taxowany ceną we troie większą, za cenę podleyszego rządzika. Pytam, iakiey ceny ieden i drugi rządzik?

REZOLUCYA I.

Przez założenie. Cena podleyszego rządzika $=x$, przedniego $=y$, konia cena Czerwonych Złotych $90=a$. Podług pierwszego warunku, cena podleyszego rządzika z ceną konia, większa we dwoie nad cenę rządzika przedniego, będą więc tamte dwie tey trzeciey rozmnożoney przez 2 rowne, a ztąd pierwszy pomiar: $x+a=2y$.

Podług drugiego warunku, ponieważ cena przedniego rządzika z ceną konia we troie większa od ceny rządzika podleyszego, więc tę cenę przez 3 rozmnożywszy, będzie tamtym obydwom rowna, a zatym drugi wypadnie pomiar: $y+a=3x$.

W tym pomierze wziąwszy niewiadomey y, cenę, będzie: $y=3x-a$, a tę założywszy

 w pier-

w pierwszym pomierze rozmnożoną przez 2, będzie: $6x - 2a = x + a$, czyli przenioſſszy $6x - x = a + 2a$, czyli: $5x = 3a$, czyli podzieliwszy: $x = \frac{3a}{5}$.

Obrociwszy litery na liczby, będzie: $x = \frac{270}{5} = 54$.

Kiedy zaś $x = 54$, toć $y = 3x - a = 3 \times 54 - 90 = 162 - 90 = 72$. A zatym cena rządzika podleyszego $= 54$ Czerwonych Złotych, przedniego $= 72$. Doświadczenie. Albowiem rządzik podleyszy z koniem wraz wzięty, wartuiąc $54 + 90 = 144$, ceny we dwoie ieſt większey, niż rządzik przedni wartuiący 72; potym rządzik przedni z koniem wartuiąc $72 + 90 = 162$, we troie ceny większey ieſt, niż rządzik podleyszy wartuiący Czerwonych Złotych 54. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Przez ſkładanie. Weź cenę niewiadomey x w pierwszym pomierze, będzie: $x = \frac{y + a}{3}$, potym w drugim, będzie: $x = 2y - a$, te ceny złoż w ieden pomiar, będzie:

$y + a$

$\frac{y+a}{3}=2y-a$. Gubiąc zaś frakcyą, będzie: $y+a=6y-3a$.

Przenosząc, będzie: $a+3a=6y-y$, czyli: $4a=5y$.

Dzieląc na koniec, będzie: $y=\frac{4a}{5}$, czyli: $\frac{270}{5}=54$ iak wyżey.

ZAGADNIENIE IX.

SZlachcic umieraiąc, i Zonę w ciąży zostawuiąc, taki czyni Testament, aby Zona iego, ieżeliby porodziła corkę, z summy 30,000 sama wzięła $\frac{2}{3}$ części, a Corce zostawiła $\frac{1}{3}$; ieżeliby zaś powiła Syna, aby $\frac{1}{3}$ część teyże summy sobie wzięła, a resztę, to iest: $\frac{2}{3}$ oddała Synowi. W tym umiera Szlachcic, a pozostałey Wdowie rodzą się bliźnięta, Syn i Corka. Pytam, iakie im i Matce ich cząstki owey summy podług Testamentu należą?

REZOLUCYA.

Przez założenie. Niewiadome tu są ilkości, pierwsza część summy Matce należącey, ktorą nazywam x, i części bliznięto m przypadaiące, z ktorych iednę dla Corki nazywam y, drugą dla Syna z, a całą zostawioną summę 30,000 nazywam a. Ponieważ nayprzod części razem wzięte należące Matce, Corce i Synowi całey summie wyrownać powinny, więc pierwszy pomiar wypada: $x+y+z=a$.

Powtore: ponieważ według warunkow Zagadnienia Matka powiwszy Corkę, bierze $\frac{2}{3}$, a Corka $\frac{1}{3}$, więc byłyby rowne części, gdyby albo Matka brała tyle, ile Corka, to iest: $\frac{1}{3}$, albo Corka tylke, ile Matka, to iest: $\frac{2}{3}$; a zatym drugi pomiar będzie, albo: $\frac{x}{3}=y$, albo: $\frac{2x}{3}=2y$. Co na iedno wyniesie. Niech więc będzie drugi pomiar: $\frac{x}{3}=y$.

Po-

Potrzecie: ponieważ owa Matka porodziwszy Syna, bierze $\frac{1}{3}$, a Syn $\frac{2}{3}$, byłyby także rowne części, gdyby albo Matka we dwoie więcey wzięła niż bierze, albo Syn we dwoie mniey, niż mu się Testamentem należy, a zatym trzeci pomiar może być, albo $2x + z$ albo $x = \frac{x}{2}$. Niech będzie: $2x = z$.

Chcąc iuż te pomiary zredukować, weź ceny niewiadomych ilkości y i z, pierwszą w drugim, a drugą w trzecim pomierze (ktore tu obydwie są gotowe) i załoź ie za też same niewiadome w pierwszym, będzie: $x + \frac{x}{3} + 2x = a$.

Gubiąc frakcyą, będzie: $3x + x + 6x = 3a$.

Dodaiąc, będzie: $10x = 3a$.

Dzieląc na koniec: $x = \frac{3a}{10}$.

Obracaiąc litery na liczby: $x = \frac{3 \times 30{,}000}{10} = \frac{90{,}000}{10}$.

Czyli

Czyli x=9,000. Część tedy Matce podług Teſtamentu należyta ieſt: 9,000. A że Syn miał brać $\frac{2}{3}$, gdy Matka bierze $\frac{1}{3}$, więc we dwoie więcey bierze, niż Matka, a zatym bierze 18,000. Corka zaś, że brać miała $\frac{1}{3}$, gdy Matka bierze $\frac{2}{3}$, więc bierze trzecią część czyli 3,000. Części te razem znioſſszy, będzie $9{,}000+18{,}000+3{,}000=30{,}000$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE X.

PEwny z Kupcow Warszawſkich chcąc sobie Dworek na Przedmieściu wymurować, sprowadził, ile trzeba było kamieni, wapna i piaſku. Potym odmieniwszy zamyſł swoy, wszyſtkie te przygotowane materyały zprzedaie trzem innym Kupcom A. B. C.

A. Za 2 wozy kamieni
Za 3 wozy wapna } płaci Zł. 34.
Za 7 wozow piaſku

Za

Za 3 wozy kamieni
B. Za 4 wozy wapna } płaci Zł. 46.
Za 12 wozow piasku

Za 4 wozy kamieni
C. Za 1 woz wapna } płaci Zł. 42.
Za 13 wozow piasku

Pytam, za iaką cenę woz każdego z tych materyałow, zprzedany?

REZOLUCYA.

Przez dodanie, odciągnienie i założenie. Niech będzie cena kamieni $= a$, cena wapna $= b$, cena piasku $= c$, (zakładaią się bowiem czasem i za niewiadome ilkości początkowe abecadła litery.) Wypadną z warunkow Zagadnienia te trzy pomiary:

A. $2a + 3b + 7c = 34.$
B. $3a + 4b + 12c = 46.$
C. $4a + b + 13c = 42.$

I. Doday pomiary A i C, będzie summa: $6a + 4b + 20c = 76.$

A od tey summy odciągniy pomiar B. zostanie reszta: $3a + 8c = 30.$

W tym pomierze weź cenę a, będzie: $a = \frac{30 - 8c}{3}.$

II. Tę cenę zakładay w pomierze A, mnożąc przez współczynnika będzie: $\frac{60-16c}{3}$ $+3b+7c=34$.

Gubiąc frakcyą, będzie: $60-16c+9b+21c=102$.

A tu biorąc cenę b, będzie: $9b+5c=42$.

Czyli przenosząc c, i dzieląc: $b=\frac{42-5c}{9}$.

III. Maiąc już cenę wynalezioną wyżey a, tu zaś b, założ obydwie w trzecim pomierze C, za też same ilkości, będzie nowy pomiar: $\frac{120-32c}{3}+\frac{42-5c}{9}+13c=42$.

Gubiąc frakcyą pierwszą: $120-32c+\frac{126-15c}{9}+39c=126$.

Gubiąc drugą, będzie: $1080-288c+126-15c+351c=1134$.

Przenosząc i redukuiąc: $48c=-72$.

Czyli: $c=-\frac{72}{48}=-1+\frac{1}{2}$.

IV. Tę cenę $c = -1 + \frac{1}{2}$, czyli: $-\frac{72}{48}$ czyli $-\frac{3}{2}$ w pomierze a (pod liczbą I.) załoź za tęż ilkość c, mnożąc przez -8 obrocone na frakcyą: $-\frac{8}{1}$ i zachowuiąc Przepis na znaki w mnożeniu: że $- \times - = +$ będzie: $a = \frac{30 - 8c}{3} = \frac{30 + 12}{3} = 14$, i ta ieſt: cena kamieni zapytana. Załoź tę samę cenę c, to ieſt: $-\frac{3}{2}$ w pomierze b (pod l. II.) rozmnożoną przez -5, zachowuiąc i tu Przepis na znaki, będzie:

$$b = \frac{42 - 5 \times -\frac{3}{2}}{9} = \frac{42 + \frac{15}{2}}{9} =$$

$$\frac{42 + 7 + \frac{1}{2}}{9} = \frac{49 + \frac{1}{2}}{9}$$, czyli, (zredukowawszy całkowitą liczbę do przyległey

fra-

frakcyi) $b = \cfrac{99}{\cfrac{2}{9}} = \frac{1 \times 99}{9 \times 2} = \frac{99}{18}$

$= 5 + \frac{1}{2}$. Masz tedy wszyſtkich trzech niewiadomych ilkości wynalezione ceny, to ieſt: $a = 14$ cena wozu kamieni, $b = 5 + \frac{1}{2}$ cena wozu wapna, $c = -1 + \frac{1}{2}$ cena wozu piaſku. Doświadczenie: A. płacąc za 2 wozy kamieni, zapłacił Złotych 28:

Za 3 wozy wapna zapłacił Zł. $16 + \frac{1}{2}$

Za 7 wozow piaſku $-10 + \frac{1}{2}$

Co wynieśćby powinno Złotych 55. Ale że cena piaſku ieſt odciążna, czyli wyrażaiąca, iż ktory brał piasek, nie tylko nic zań nie płacił, lecz sam ieszcze od wywozu brał, czyli raczey od umowioney innych materyałow ceny odtrącał za każdy woz piaſku wywiezionego Złoty $1 + \frac{1}{2}$, odtrąciwszy więc

za

za 7 wozow Złotych $10+\frac{1}{2}$ od summy za inne materyały należącey nie zapłacił tylko Złotych - - - 34

B. Za 3 wozy kamieni zapłacił Zł. 42
Za 4 wozy wapna zapłacił Zł. 22
Za 12 wozow piaſku odtrącił także - - Zł. - 18

Zapłacił więc ogulnie - - Zł. 46

C. Za 4 wozy kamieni zapłacił Zł. 36
Za 1 woz wapna zapłacił Zł. $5+\frac{1}{2}$
Za 13 wozow piaſku odtrącił Zł. $-19+\frac{1}{2}$

Zapłacił więc ogulnie Zł. 42.
C. B. D. R.

ZADANIE IV.

Ktore są potrzebne wiadomości do rezolwowania Zagadnieniow o przymieszkach kruszcow, i sposoby rezolwowania onychże?

W Przymieszkach kruszcow iednych do drugich dwoiaki zachodzi przypadek, gdyż albo się dowiedzieć chce, daiący co do robienia Rzemieślnikowi, ile on części z dwoch lub kilku kruszcow wziąść i zmieszać razem powinien, żeby przymieszka ta była proporcyonalna cenie tak kruszcow zmieszanych, iako i śrzedniey, o ktorą staie z Rrzemieślnikiem umowa, albo też idzie o doświadczenie rzeczy iuż od Rzemieślnika zrobioney, czy z samego tego kruszczu, ktory dany iest do roboty, albo od daiącego stargowany i u Rzemieślnika, to iest Złotnika lub Konwisarza zamowiony, zrobiona, albo czy nie ma przymieszki iakiego podleyszego. W pierwszym przypadku przymieszka bywa sprawiedliwa, gdy się czyni podług umowy, ale umieć trzeba doświadczać, czy podług umowy uczyniona; w drudim zaś arcyniesłuszna i niegodziwa, a tymczasem od Rzemieślnikow zwłaszcza Zydow pospolicie praktykowana, gdy do złota danego srebro i miedź, do srebra miedź i mosiądź, do cyny ołow podług upodobania swego z wielkim pokrzywdzeniem daiących mięszaią, a ci przymieszek takich doświadczać i dochodzić nie umieią. Umieiętność

zatym

zatym ta rownie intereſſować powinna tak daiących do roboty kruszce, iako i samych poczciwych Rzemieślnikow; tamtych, żeby uszczerbku własności swoiey przez szalbierſtwo i kradzież żydowſką nie ponoſili, tych zaś, żeby o rzetelnosci i dobrym sumnieniu swoim podeyrzliwych i napasnych ludzi przeświadczali. W obydwoch zaś tych przypadkach wiadomość naypierwey potrzebna ieſt 1. o wagach rożnych kruszcow. 2. O cenie tychże kruszcow. 3. O rożnych gatunkach przymieszek i ſtracie części kruszczow w robocie.

I. Co ſię tycze wag, te inne są Kupieckie, inne Probierſkie, a inne Rzemieślnicze. 1. Kupcy rzeczy swoie ważą funtami, funt dzieli ſię u nich na 16 uncyi, uncya na 2 łoty, łot na 4 drachmy, drachma na 3 ſkrupuły, ſkrupuły na 24 granow. 2. Probierze, Menniczni zwłaszcza, ktorzy daleko są doſkonalſi od innych to imię przywłaszczaiących, w całey prawie Europie, a zatym i w Polszcze, używaią do wag grzywien Kolońſkich. Grzywna ta dzieli ſię na łotow 16, czyli uncyi 8, łot na 4 drachmy, drachma na 4 denary, czyli pieniążki (po Niemiecku pfennig) denar na 4 hallerze (heller,) a zatym grzywna Kolońſka ma w sobie łotow 16, drachm 64, pieniązkow 256, hallerzow 512. Taż grzywna, osobliwie w doświadczeniu monet, od Probierzow dzielona bywa na 65,536 części po Niemiecku *Richtpfennig* zwanych, albo na 4864

eſſow

eſſow Hollenderſkich, albo na koniec na 4352 eſſow Niemieckich. Eſſow Hollenderſkich $72 + \frac{1}{2}$ przeszło, czyli: $+ \frac{40}{67}$ (ale te części w doświadczaniu tylko złota, a nie w używaniu rachować ſię zwykły,) a Niemieckich 64 zawiera w ſobie Czerwony Złoty 1 Hollenderſki i Polſki, ktore między ſobą ſą rownoważne. W Mennicy Warszawſkiey od Probierza generalnego Monet Rzeczypospolitey Jmci Pana Jerzego Antoniego Schrödera używane bywaią eſſy Hollenderſkie, z ktorych iednego w Czerwonym Złotym nieważaiącym do 72 eſſow brak, czyni na nim defalki grosz Srebrny 1. 3. Rzemieślnicy naſi, to ieſt: Złotnicy, złoto i inne kruszce ważą funtami, funt dzielą na 2 grzywny, grzywnę na 16 łotow, łot na 4 ćwierci, ćwierć na 18 eſſow.

II. Co ſię tycze ceny kruszcow, złota *nayprzod* czyſtego *fein-gold*, podług zaświadczenia wzmiankowanego Probierza, grzywna Kolońſka, na Czerwone Złote Hollenderſkie i Polſkie bita, wartuie Czerwonych Złotych $68 + \frac{20}{47}$. Tegoż złota w bryle na pieniądze nie bitey wartuie tylko Czer. Zł. $63 + \frac{1}{3}$, przyczyna tego, że złoto bite od nie bitego

dro-

droższe ieſt, iż w bitym rachuią ſię Menniczne wydatki. Pospolita zaś, czyli Złotnicza grzywna złota czyſtego, będąc mnieyszą od Kolońſkiey, niewartuie tylko Czerwonych Złotych 56. *Powtore*: srebra czyſtego (fein-ſilber) grzywna Kolońſka w Zagranicznych Mennicach bita na Monetę wartuie Czerwonych Złotych $4+\frac{1}{2}$, czyli Złotych Polſkich 81, ale w Mennicy Warszawſkiey taż grzywna srebra czyſtego idzie na Złotych 80 spełna. W bryle zaś na Monetę nie bitey wartuie, i w Mennicy naszey płacona bywa po Złotych 78, odtrącaiąc Złotych 2 na Menniczne wydatki, to ieſt: na robotnika, naczynia, węgle i t. d. Grzywna zaś srebra czyſtego pospolita czyli Złotnicza kosztuie Czerwonych Złotych 4 spełna. *Potrzecie*: Cena cyny iako i ołowiu rożna bywa. Pospolicie iednak funt cyny Angielſkiey czyli czyſtey bez przymieszki ołowiu, kosztuie Złotych $2+\frac{1}{2}$ albo 3, a funt ołowiu 12 albo 15 groszy. *Poczwarte* miedzi cetnar 120 funtow Kolońſkich zaważaiący, nie bity na Monetę miedzianą z Węgier do Warszawy przywieziony, rachuiąc razem wydatki przewozu, kosztuie Czerwonych Złotych 13, a zatym funt 1 miedzi nie bitey kosztuie bliſko 2 Złotych, to

ieſt: Złoty 1 i groszy $28+\frac{1}{2}$. Ale że do Mennicy Warszawſkiey z Węgier miedź przyſtawiana bywa iuż bita, i tylko nie ſtęplowana, więc cetnar drożey płacony bywa, to ieſt: po Czerwonych Złotych 15. Tenże sam cetnar miedzi na Monetę bity i ſtęplowany w groszach potroynych, poiedynczych, i połgroszowkach, wynoſi Złotych Polſkich 480 czyli Czerwonych Złotych $26+\frac{2}{3}$ dla wydatkow Mennicznych. Za pospolity zaś funt miedzi w Warszawie płaci ſię Złoty $1+\frac{1}{2}$, mniey, więcey.

III. Co ſię tycze rożnych gatunkow przymieszek, *nayprzod* w Mennicznych robotach, czyli w biciu pieniędzy, do złota miesza ſię zawsze srebro i miedź razem, albo srebro nieczyſte czyli podleysze, do srebra zaś miedź tylko, a ta przymieszka bywa podług rożności proby w Monecie bitey. Trzeba albowiem wiedzieć, że i złoto i srebro ma swoie ſtopnie czyſtości, ktore u nas probami ſię zowią. Grzywna złota ma w sobie 24 karatow, czyli ſtopniow czyſtości, a zatym może być pierwszey, drugiey i t. d. aż do 24 proby, karat ieden zamyka w sobie 12 granow, więc mnożąc 24 przez 12, grzywna złota czy-

czystego wyniesie granow 288. W Czerwonych Złotych Hollenderskich i Polskich 67 grzywna złota iest proby 23 z 6 granami, czyli ma w sobie czystego złota karatow $23 + \frac{1}{2}$, a resztę, to iest: $\frac{1}{2}$ karata, czyli granow 6 srebra z miedzią, dla tego na grzywnę czystego złota trzeba $68 + \frac{20}{47}$. Srebra zaś grzywna 16 ma prob czyli stopniow swey czystości, a zatym może być pierwszey, drugiey aż do 16 proby. Prob tych rożność i liczbę czynią łoty srebra czystego w grzywnie znayduiące się, i tak srebro, w ktorego grzywnie iest 16 łotow srebra, iest czyste *fein-silber* nazwane, w ktorego zaś grzywnie iest 15, albo 14, albo 13 i t. d. łotow srebra czystego, a reszta do 16 łotow, to iest, albo 1, albo 2, albo 3, i t. d. miedzi, iest 15, 14, 13 albo niższey ieszcze proby, każdy zaś łot srebra zawiera w sobie 18 granow. Mnożąc więc 16 łotow przez 18 granow, grzywna srebra czystego wyniesie 288 granow tak iak grzywna złota. Monety srebrne Polskie rożney są proby, podług rożney przymieszki miedzi do srebra. Talery i poł-Talery są proby 13 z 6 granami, dwozłotowki są proby 10, złotowki 8 z 12 granami, połzłotowki 7mey, grosze srebrne 5 z 12 granami, to iest: wziąwszy pierwszey Monety

tyle, ile zaważy grzywna Kolońska, będzie w niey 13 łotow z 6 granami srebra czystego, reszta czyli łotow 2 i granow 12 miedzi, wziąwszy drugiey monety tyle także, ile zaważy grzywna Kolońska, będzie w niey 10 łotow srebra czystego, reszta miedzi, i t. d.

Z tym wszystkim iako na 10 Talerow bitych wartuiących po Złotych 8, biie się cała grzywna Kolońska wartuiąca Złotych 80, tak i na 20 poł-Talerow, i na 40 dwozłotowek, i na 80 złotowek, i na 160 poł-złotowek, i na 320 srebrnych groszy cała tegoż srebra grzywna wychodzi, iako liczby na tych gatunkach pieniędzy wyrażone wskazuią, a Probierz wzmiankowany upewnia. Przymieszka zatym miedzi do srebra, rożność proby między temi monetami stanowiąc, sprawuie oraz większą wagę, w 10 np. Talerach bitych, niż w grzywnie czystego srebra, a w 40 dwozłotowkach, większą niż w teyże grzywnie i w 10 Talerach bitych, i t. d., lecz srebra ani w tey, ani w innney Monecie z grzywny całey nic nieuymuie, a zatym kto ma 80 Złotych w iakieykolwiek srebrney monecie Polskiey, ma w niey srebra czystego grzywnę całą, czyli: łotow 16; nieczystego zaś więcey iak grzywnę całą, a ta większość rożna iest podług rożności proby srebra, czyli przymieszki miedzi do srebra w teyże monecie. Masz widoczny tego wizerunek w Tabliczce niżey położoney, gdzie kolumny liczb okazuią:

Pier-

Pierwsza : ile sztuk każdey monety srebney zaważa 1 grzywna Kolońska. *Druga* : iakiey ta grzywna proby, czyli: ile w niey łotow czystego srebra. *Trzecia* : ile z grzywny iedney srebra czystego biie się sztuk każdey monety. *Czwarta* : iaki walor iedney sztuki, *Piąta* : iaki walor wszystkich tych sztuk.

I.	II.	III.	IV.	V.
W grzywnie nieczystey sztuki.	Proba.	Grzywna czysta w sztukach.	Złote.	Sum. Zł.

„Talerow „bitych :

I.	II.	III.	IV.	V.
$8+\frac{1}{3}$.	13 gran 6.	10.	8.	80.

„Poł - Tale- „row :

I.	II.	III	IV.	V.
$16+\frac{2}{3}$.	13 gran 6.	20.	4.	80.

„Dwozłoto
„wek:

I.	II.	III	IV.	V.
25.	10.	40.	2.	80.

„Złotowek:

I.	II.	III	IV.	V.
$43 + \frac{1}{3}$.	8 gran 12.	80.	1.	80.

„Poł-Złotkow:

I.	II.	III	IV.	V.
70.	7.	160.	$\frac{1}{2}$.	80.

„Srebrnych
„Groszy:

I.	II.	III	IV.	V.
$117 + \frac{7}{9}$.	5 gran 16.	320.	$\frac{1}{4}$.	80.

Powtore: Złotnicy w robotach swoich do złota samę miedź pospolicie mieszaią, gdyż ta lustru złota nie psuie, lubo mieszaią czasem i srebro same, albo z miedzią zmieszane,

choć srebro blady kolor złotu daie. Do srebra także miedź samę mieszaią, acz Zydzi szalbierſtwem w Polszcze żyiący nayczęściey moſiądz mieszać z srebrem zwykli, dla tego, że moſiądz zmieszany z srebrem, srebra luſtru nie psuie, ani odmienia, owszem na kamieniu Probierſkim i kolor i probę tęż samę, ktora była w srebrze danym, okazuie, w czym niezmiernie Zydoſtwo ludzi oszukuie i pokrzywdza. Takich sreber, podług świadectwa Probierzow i Złotnikow sumiennych, w Polszcze naywięcey. Dowodem tego ieſt moneta srebrna Polſka w dwozłotowkach i złotowkach z Częſtochowſkich sreber, maiących przymieszkę moſiądzu, bita w Roku 1766, ktora w dwozłotowkach zdaie ſię być proby 11, a nie ieſt tylko 10, w złotowkach zaś zdaie ſię być proby 10, a nie ieſt tylko 8 z 12 gran, a zatym nie może być żadną miarą lepszego gatunku ta moneta, iako ſię zdaie niewiadomym, od monety poźniey bitey.

Potrzecie: Cyny gatunek umieią polepszać konwisarze przydatkiem rożnych kruszcow im wiadomych. Ale częściey pogorszaią, Zydzi zwłaszcza przymieszką ołowiu. Cyna Angielſka dla tego przednieysza bywa i droższa, że czyſta i bez przymieszki ieſt ołowiu, koronną ſię zaś zowie, i bywa tym podleysza, im więcey ma w sobie ołowiu.

Na koniec, co ſię tycze ſtraty czyli defalki kruszcow w robocie, utyſkuią wprawdzie Złotnicy i narzekaią, na wielkość tey

ſtraty,

ſtraty, twierdząc, że 5 i 6 czasem od ſta grzywien srebra, a 1 i 2 grzywien od ſta złota w ogniu, w wodzie, w ręku, w naczyniach i Bog wie, gdzie ginie, lecz przeważać te narzekania zdaie mi ſię zaświadczenie, mniey w tym intereſſie, a więcey praktyki i oświecenia maiącego Jmć P. Schrödera Probierza i Dozorcy Mennicznego, ktory zaręcza, że złota i srebra czyſtego tak w biciu pieniędzy, iako i w innych robotach nie więcey ubywa, chyba przez oſtatnie niedbalſtwo albo kradzież Rzemieślnika, iak $\frac{1}{2}$ od 100, to ieſt: poł grzywny np. od ſta grzywien.

Co do cyny i miedzi, tey ſtrata w robocie rożna, podług rożnych ſtopniow czyſtości w tych kruszcach; może być ſtrata iednego funta aż do 10 na ſtu. Te maiąc wiadomości, przyſtąpmy iuż do Rezolucyi Zagadnieniow, *nayprzod*: o przymieszkach kruszcow, *powtore*: o doświadczaniu robot Mennicznych, a osobliwie Złotniczych z Konwisarſkiemi. A nayprzod: co należy do kruszcow przymieszek, względem tych, te tylko Zagadnienia są określone, i na tym mieyscu rezolwować ſię mogące, ktore dwa tylko kruszce np. złoto z srebrem, albo złoto z miedzią, lub srebro z miedzią i t. d. w sobie zawieraią, bo gdy zawieraią kilku razem osobno danych kruszcow przymieszki, należą do liczby Zagadnieniow

nie

nie określonych, o ktorych w ostatnim Rozdziale.

ZAGADNIENIA

O przymieszkach kruszcow danych do roboty.

ZAGADNIENIE I.

O Przymieszce srebra do złota. Chce kto, aby mu Złotnik z złota, ktorego grzywna pospolita wartuie Czerwonych Złotych 54, i z srebra, ktorego takaż grzywna wartuie Czerwonych Złotych 4, zrobił rzecz iaką, np. Kielich, Patenę, tacę i t. d., 5 grzywien ważącą, z warunkiem, ażeby grzywna w robocie, nie wartowała, tylko Czerwonych Złotych 45. Pytam, ile Złotnik złota i srebra założoney ceny zmieszać powinien, aby podług warunku dzieło wystawił?

REZOLUCYA.

Przez założenie(wolno zażyć w tey i w następuiących rezolucyach cen składania opisanego w Spospob II. fol. 124.) Niewiadome grzywny złota $=x$, srebra $=y$. Ponieważ rzecz lub rzeczy zrobione maią ważyć grzywien 5, będzie podług pierwszego warunku, pierwszy pomiar: $x+y=5$, czyli: $y=5-x$.

Po-

Ponieważ zaś niewiadome owe grzywny złota i srebra rozmnożone przez cenę swoię wyrownać powinny, podług drugiego warunku grzywnom, ktore robota ma zaważyć rozmnożonym przez cenę śrzednią umowioną (co się i w następuiących Zagadnieniach zachować powinno) będzie zatym drugi pomiar: $54x+4y=5\times45=225$.

Zakładaiąc zaś cenę y za 4y, będzie: $54x+20-4x=225$.

Czyli odciągaiąc, i przenosząc: $50x=205$.

Na koniec dzieląc, będzie: $x=\frac{205}{50}=4+\frac{5}{50}$ czyli; $\frac{1}{10}$. x więc, czyli złota grzywien $4+\frac{1}{10}$, toć srebra $y=5-x=5-4-\frac{1}{10}=1-\frac{1}{10}$ czyli obrociwszy 1 na frakcyą iednego Mianownika, będzie: $\frac{10}{10}-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$. Doświadczenie. Nayprzod

bo-

bowiem $4+\frac{1}{10}+\frac{9}{10}=5$. Potym grzywny złota znalezione z przymieszką, srebra odkrytego rozmnożone przez ceny swoie wyrownać powinny 5 grzywnom rozmnożonym przez cenę śrzednią umowioną, a że $4+\frac{1}{10}\times 54=216+\frac{54}{10}=216+5+\frac{4}{10}$ $=221+\frac{4}{10}$, tudzież $\frac{9}{10}\times 4=\frac{36}{10}$ $=3+\frac{6}{10}$, czyli dodawszy $221+3+$ $\frac{4+6}{10}=225$. Więc dobrze rezolwowało się. C. B. D. R.

Przestroga. Ile razy ceny ostatnie niewiadomych x i y z frakcyami grzywien pospolitych wypadną, obracaią się na mnieysze wag gatunki, to iest: na łoty, ćwierci, i essy pospolite, tak w poprzedzaiącym przykładzie x czyli grzywny pospolite złota $=4+\frac{1}{10}$ czyli obracaiąc $\frac{1}{10}$ na łoty będzie: $\frac{16}{10}$, to

ieſt, łot $1+\frac{6}{10}$ łota, a $\frac{6}{10}$ na ćwierci, bę-
dzie: $\frac{24}{10}$, to ieſt: ćwierci $2+\frac{4}{10}$, a $\frac{4}{10}$
na eſſy, będzie: $\frac{72}{10}$, to ieſt: 7 przeszło es-
sow pospolitych. Podobnym sposobem redu-
kuiąc y, czyli części srebra $=\frac{9}{10}$, będzie:
$y=\frac{144}{10}$ iedney grzywny czyli łotow $14+$
$\frac{4}{10}$ czyli obracaiąc na ćwierci będzie $\frac{16}{10}$,
to ieſt: i ćwierć $1+\frac{6}{10}$, czyli obracaiąc
na eſſy, będzie: $\frac{108}{10}$, to ieſt: i eſſow prze-
szło 10. Lecz gdy wzmiankowane ceny są
z frakcyami grzywien Kolońſkich, reduko-
wać ſię powinny na łoty, drachmy, denary i
hallerze, albo na eſſy Hollenderſkie, iako ſię
namieniło pod Zadaniem 4 w punkcie I.

ZAGADNIENIE II.

O Teyże przymieszce. Każe sobie kto robić, 10 np. kubkow Złotych z złota czystego, ktorego grzywna Kolońska nie bita, kosztuie Czerwonych Złotych $63 + \frac{1}{3}$, czyli, Złotych Polskich 1140, i srebra czystego, ktorego grzywna Kolońska nie bita kosztuie Złotych 78, z tym warunkiem, żeby każdy kubek 1 grzywnę zaważał, a grzywna ta nie wartowała, tylko Czerwonych Złotych 52, czyli: Złotych Polskich 936. Pytam, ile tu złota, a ile srebra założoney ceny przymieszać trzeba.

REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $= x$, srebra $= y$, pierwszy pomiar: $x + y = 10$, czyli: $x = 10 - y$.

Drugi: $1140x + 78y = 10 \times 936 = 9360$.

Zakładaiąc cenę x z pierwszego pomiaru w drugim za 1140x, będzie: $11400 - 1140y + 78y = 9360$.

Redukuiąc, będzie: $2040 = 1062y$.

Na koniec $y = \frac{2040}{1060} = 1 + \frac{978}{1062}$

$= 1 + \frac{163}{177}$.

Więc $x = 10 - y = 10 - 1 - \frac{163}{177}$

$= 9 - \frac{163}{177} = 8 + \frac{177}{177} - \frac{163}{177}$

$= 8 + \frac{14}{177}$, to iest: złota być powinno grzywien 8, łot 1, drachma przeszło 1, srebra zaś grzywna 1, łotow 14, drachm przeszło 2. Doświadczenie. Albowiem 1. 8 $+ 1 + \frac{14 + 163}{177} = 10$. 2. $8 + \frac{14}{177} \times 1140 = 9120 + \frac{15960}{177} = 9120$ $+ 90 + \frac{30}{177} = 9210 + \frac{30}{177}$, tudzież $1 + \frac{163}{177} \times 78 = 78 + \frac{12714}{177} = 78 +$

$$71+\frac{147}{177}=149+\frac{147}{177}.$$ A że 9210

$$+149+\frac{30+147}{177}=9360,$$ więc dobrze

się rezolwowało. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE III.

O Przymieszce miedzi do złota. Każe kto Złotnikowi robić naczynia złote, 12 grzywien Kolońskich ważyć maiące z złota nieczystego, ktorego grzywna Kolońska wartuie Czerwonych Złotych 60 z przymieszką miedzi, ktorey grzywna wartuie złoty 1, czyli: $\frac{1}{18}$ Czerwonych Złotych, z warunkiem, aby w robocie grzywna złota zmieszanego z miedzią nie wartowała tylko Czerwonych Złotych 54. Pytam, ile w tey robocie miedzi do srebra przymieszać należy?

REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $=x$, miedzi $=y$, pierwszy pomiar: $x+y=12$, czyli: $y=12-x$.

Drugi: $60x+\frac{y}{18}=12\times54=648.$

Gu-

Gubiąc frakcyą : $1080x + y = 11664$.

Zakładaiąc cenę y : $1080x + 12 - x = 11664$.

Przenosząc i odciągaiąc : $1079x = 11652$.

Dzieląc : $x = \frac{11652}{1079} = 10 + \frac{862}{1079}$.

J to ieſt złoto ; więc miedzi : $y = 12 - 10 - \frac{862}{1079} = 2 - \frac{862}{1079} = 1 + \frac{1079 - 862}{1079} = 1 + \frac{217}{1079}$.

Doświadczenie 1. $10 + 1 + \frac{862 + 217}{1079} = 12$. 2. $10 + \frac{862}{1079} \times 60 = 600 + \frac{51720}{1079} = 600 + 47 + \frac{1007}{1079} = 647 + \frac{1007}{1079}$, tudzież $1 + \frac{217}{1079} \times \frac{1}{18} = \frac{1}{18} + \frac{217}{19422} =$ (obrociwszy do iednego Mianownika przez 1079) $\frac{1079 + 217}{19422} = \frac{1296}{19422}$.

A że

A że $647 + \frac{1007}{1079} + \frac{1296}{19422}$ (obrociwszy do iednego Mianownika przez 18) $= 647 + \frac{18126+1296}{19422}$ czyli: $\frac{19422}{19422} = 648.$

Więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

O teyże przymieszce w łotach. Każe kto Złotnikowi robić obrączki lub pierścienie, ważyć maiące łotow pospolitych 15, z złota, ktorego łot kosztuie Złotych Polskich 63, z przymieszką miedzi, ktorey łot kosztuie $\frac{1}{8}$ złotego z warunkiem, żeby łot w robocie nie wartował tylko Czerwonych Złotych 3, czyli: Złotych 54. Pytam, ile tu być powinna przymieszka miedzi do złota?

REZOLUCYA.

Niewiadome łoty złota $= x$, miedzi $= y$, pierwszy pomiar: $x+y=15$ czyli: $y=15-x$.

Drugi: $63x + \frac{y}{8} = 15 \times 54 = 810.$

Gubiąc frakcyą: $504x+y=6480$

Za-

Zakładaiąc cenę y $504x + 15 - x = 6480$.

Czyli: $503x = 6465$.

Czyli: $x = \frac{6465}{503} = 12 + \frac{429}{503}$.

Więc złota łotow $12 + \frac{429}{503}$, toć miedzi: $y = 15 - 12 + \frac{429}{503} = 3 - \frac{429}{503}$ $= 2 + \frac{503 - 429}{503}$ czyli: $\frac{74}{503}$.

Wszakże 1. $12 + \frac{429}{503} \times 63 = 756 + \frac{27027}{503} = 756 + 53 + \frac{368}{503} = 809 + \frac{368}{503}$. 2. $2 + \frac{74}{503} \times \frac{1}{8} = \frac{2}{8} + \frac{74}{4024}$ czyli: (obracaiąc do iednego Mianownika przez 503) $\frac{1006 + 74}{4024} = \frac{1080}{4024}$.

A że $809 + \frac{368}{503} + \frac{1080}{4024}$ czyli (obraciąc do 1Mian. przez 8) $\frac{2944+1080}{4024}$ czyli: (dodaiąc) $\frac{4024}{4024} = 810$, więc dobrze ſię rezolwowało. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE V.

O Przymieszce miedzi do srebra. Daie kto talerze, połmiſki, i inne ſtołowe naczynia do robienia z srebra czyſtego, ktorego grzywna Kolońſka nie bita kosztuie Złotych Polſkich 78 z przymieszką miedzi, ktorey grzywna kosztuie Złot. 1, a chce, aby te naczynia ważyły grzywien Kolońſkich 50, a grzywna każda w robocie nie wartowała tylko Złotych 60. Pytam, ile w takiey przymieszce być powinno srebra, a ile miedzi?

REZOLUCYA.

Grzywny niewiadome srebra $=x$, miedzi $=y$. Pierwszy pomiar: $x+y=50$, czyli: $y=50-x$.

Drugi: $78x+y=50\times60=3000$.

Zakładaiąc cenę y: $78x+50-x=3000$.

Czyli: $77x = 2950$, czyli: $x = \frac{2950}{77}$ $= 38 + \frac{24}{77}$.

Więc: $y = 50 - 38 + \frac{24}{77} = 21 - \frac{24}{77}$ $= 11 + \frac{77 - 24}{77} = 11 + \frac{53}{77}$. Wszakże 1. $38 + \frac{24}{77} \times 78 = 2964 + \frac{1872}{77} =$ $2964 + 24 + \frac{24}{77} = 2988 + \frac{24}{77}$. 2. $11 +$ $\frac{53}{77} \times 1 = 11 + \frac{53}{77}$. A że $2988 + 11 +$ $\frac{53 + 24}{77} = 3000$. Więc &c.

ZAGADNIENIE VI.

O Teyże przymieszcze. Daie kto stołowe naczynia do robienia z srebra nie bardzo czystego, np. z srebra proby 13 z 6 granami, iakie iest w Talerach bitych Polskich, ktorego grzywna Kolońska nie bita na Monetę kosztuie Złotych Polskich 64 z przymieszką miedzi,

dzi, ktorey grzywna kosztuie Złot. 1. z warunkiem, aby te naczynia ważyły grzywien 30, a grzywna każda 10 żeby była proby, a zatym nie wartowała tylko 50 Złotych. Pytam, ile w tym przypadku przymieszać się ma miedzi do srebra?

REZOLUCYA.

Grzywny niewiadome srebra $= x$, miedzi $= y$. Pierwszy pomiar: $x + y = 30$, czyli: $y = 30 - x$.

Drugi: $64x + y = 30 \times 50 = 1500$.

Zakładaiąc cenę y, $64x + 30 - x = 1500$.

Czyli: $63x = 1470$, czyli: $x = \frac{1470}{63}$

$= 23 + \frac{21}{63}$.

Więc: $y = 30 - 23 + \frac{21}{63} = 7 - \frac{21}{63}$

$= 6 + \frac{63 - 21}{63} = 6 + \frac{42}{63}$. Wszakże

1. $23 + \frac{21}{63} \times 64 = 1472 + \frac{1344}{63} =$

$1472 + 21 + \frac{21}{63} = 1493 + \frac{21}{63}$. $2 . 6 + \frac{42}{63} \times 1 = 6 + \frac{42}{63}$. A że $1493 + 6 + \frac{21 + 42}{63} = 1500$. Więc i t. d. Ponieważ zaś 1 grzywna srebra proby 10 wartuie Złotych 50, a tu ieſt takich grzywien 30, więc dzieląc 1500 przez 30, wypaść powinna takiey iedney grzywny cena $= 50$, czyli proba srebra 10. A że $\frac{1500}{30} = 50$, więc i tam daley. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VII.

DAie kto naczynia ſtołowe do robienia srebra nieczyſtego np. proby Złotniczey na kamieniu Probierſkim czynić ſię zwykłey 12, ktorey grzywna pospolita wartuie Złotych Polſkich 54 z przymieszką miedzi, ktorey grzywna po Złot. 1, a chce mieć w tych naczyniach grzywien 25, ktorychby każda była 8 proby, a zatym nie wartowała tylko Czerwonych Złotych 2, czyli Złotych 36. Pytam, iakie tu części srebra i miedzi mieszać trzeba ?

RE-

REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny srebra $=x$, miedzi $=y$. Pierwszy pomiar: $x+y=25$ czyli: $y=25-x$.

Drugi: $54x+y=25\times36=900$.

Zakładaiąc cenę y, $54x+25-x=900$.

Czyli: $53x=875$.

$$\text{Czyli: } x=\frac{875}{53}=16+\frac{27}{53}, \text{ więc}$$

$$y=25-16+\frac{27}{53}=9-\frac{27}{53}=8+\frac{53-27}{53}=8+\frac{26}{53}.$$

$$\text{Wszakże 1. } 16+\frac{27}{53}\times 54=864+\frac{1458}{53}=864+27+\frac{27}{53}=891+\frac{27}{53}.$$

$$\text{2. } 8+\frac{26}{53}\times 1=8+\frac{26}{53}. \text{ A że } 891+\frac{27}{53}+8+\frac{27+26}{53}=899+\frac{53}{53}=900. \text{ Więc}$$

i t. d.

ZA-

ZAGADNIENIE VIII.

O Przymieszce ołowiu do cyny. Daie kto Konwiſſarzowi do robienia naczynia ſtołowe z cyny czyſtey, ktorey funt pospolity po połtrzecia złotego, czyli po groszy 75 z przymieszką ołowiu, ktorego funt po groszy 15, z warunkiem, aby naczynia te ważyły cały cetnar pospolity, czyli funtow 100, a funt każdy żeby wartował Złotych tylko 2, czyli groszy 60. Pytam, w iakiey ilkości przymieszka tych dwoch kruszcow być powinna?

REZOLUCYA.

Niewiadome funty cyny $=x$, ołowiu $=y$. Pierwszy pomiar: $x+y=100$, czyli $y=100-x$.

Drugi: $75x+15y=100\times60=6000$.

Zakładaiąc cenę y; $75x+1500-15x=6000$.

Czyli: $60x=4500$, czyli: $x=\frac{4500}{60}=75$.

Więc $y=100-75=25$. Wszakże 1. $75+25=100$. 2. $75\times75=5625$, także: $25\times15=375$; A że $5625+375=6000$; Więc dobrze ſię rezolwowało. C. B. D. R.

RE-

REZOLUCYA

Ogulna tych wszyſtkich i tym podobnych przymieszek kruszcowych.

Niewiadoma ilkość, czyli iakakolwiek waga pierwszego kruszcu, ktory ma wchodzić w przymieszkę $=x$, drugiego zaś $=y$. Cena ogulna i nieokreślona pierwszego $=m$, drugiego $=n$, waga rzeczy zrobioney $=a$, cena śrzednia umowiona $=b$. Pierwszy pomiar z warunkow Zagadnienia ogulnego taki, iak i w poprzedzaiących Przykładach wypada: $x+y=a$, czyli: $y=a-x$.

Drugi: rozmnożywszy ilkość pierwszego kruszcu niewiadomą x przez ogulną iey cenę m, a ilkość y przez n, i zrownawszy obydwie z wagą rzeczy zrobioney, a rozmnożoną przez cenę śrzednią b, będzie. $mx+ny=ab$.

Założywszy zaś za ny cenę y z pierwszego pomiaru rozmnożoną przez wspołczynnika nieokreślonego n, będzie: $mx+an-nx=ab$.

Przenioſſszy będzie: $mx-nx=ab-an$.

Podzieliwszy przez $m-n$: $x=\frac{ab-an}{m-n}$

J ta to cena ilkości x z ceną $y=a-x$, ſłużyć będzie za ogulne prawidło rezolwowania Zagadnieniow o przymieszkach.

Oba-

Obaczmy praktyczne iego używanie w Zagadnieniach wyżey rezolwowanych, a potym w kilku innych.

I. Stosuiąc to prawidło do Zagadnienia pierwszego, będzie, $a=5$, $b=45$, $m=54$, $n=4$, a zatym: $x=\frac{ab-an}{m-n}=\frac{5\times45-5\times4}{54-4}=\frac{225-20}{50}=\frac{205}{50}=4+\frac{5}{50}$, czyli $\frac{1}{10}$, więc $y=a-x=5-4+\frac{1}{10}=1-\frac{1}{10}=\frac{10}{10}-\frac{1}{10}=\frac{9}{10}$ tak, iako i pierwey pod tymże Zagadnieniem.

II. Stosuiąc toż prawidło do drugiego Zagadnienia, będzie: $a=10$, $b=936$, $m=1140$, $n=78$, a zatym $x=\frac{ab-an}{m-n}$ będzie: $\frac{10\times936-10\times78}{1140-78}=\frac{9360-780}{1062}=\frac{8580}{1062}=8+\frac{84}{1062}$, czyli (redukuiąc

iąc) $\frac{14}{177}$, toć $y = a - x = 10 - 8 + \frac{14}{177} = 2 - \frac{14}{177} = 1 + \frac{177 - 14}{177}$

$= 1 + \frac{163}{177}$ tak, iak wyżey pod tymże Zagadnieniem.

III. Stosuiąc do trzeciego, będzie: $a = 12$, $b = 54$, $m = 60$, $n = \frac{1}{18}$, a zatym

$$x = \frac{ab - an}{m - n} = \frac{12 \times 54 - 12 \times \frac{1}{18}}{60 - \frac{1}{18}} =$$

$$\frac{648 - \frac{12}{18}}{60 - \frac{1}{18}}$$, czyli gubiąc frakcye Algebraicznym sposobem nayprzod w Liczniku, bę-

będzie : $= \frac{11664 - 12}{60 - \frac{1}{18}}$, potym w Miano-

wniku, będzie : $= \frac{11664 - 12}{1080 - 1} = \frac{11652}{1079}$

$= 10 + \frac{862}{1079}$, więc $y = a - x = 12 - 10 + \frac{862}{1079} = 2 - \frac{862}{1079} = 1 + \frac{1079 - 862}{1079} = \frac{217}{1079}$, tak, iak pod tymże Zagadnieniem.

IV. Stosuiąc do czwartego, będzie : $a = 15$, $b = 54$, $m = 63$, $n = \frac{1}{8}$, a zatym $x =$

$$\frac{ab - an}{m - n} = \frac{15 \times 54 - 15 \times \frac{1}{8}}{63 - \frac{1}{8}} =$$

$$\frac{810-\frac{15}{8}}{63-\frac{1}{8}}=\frac{6480-15}{504-1}=\frac{6465}{503}$$

$$=12+\frac{429}{503}$$ tak, iak wyżey pod tymże Zagadnieniem; i tak daley.

INNE PRZYKŁADY.

ZAGADNIENIE IX.

DO Mennicy Krola Pruſkiego, zkąd do tych czas wychodzą częſtokroć fałszywe rożnego gatunku pieniądze, wydany roſkaz, aby z czyſtego złota, ktorego grzywna Kolońſka wartuie Czerwonych Złotych $63+\frac{1}{3}$, czyli Złotych Polſkich 1140, a ktorego iedna grzywna w innych Mennicach bić ſię zwykła na Czerwonych Złotych 67, wybito grzywien 200 z przymieszką srebra nieczyſtego, czyli z miedzią zmieszanego np. 8 proby, ktorego grzywna Kolońſka bita kosztuie Złotych 40, z warunkiem, żeby grzywna takiego bitego złota nie wartowała tylko 900 Złotych, a zatym żeby na każdey grzy-

grzywnie było niegodziwego zyſku 240 Złotych, czyli ogulnie na wszyſtkich 48000 Złotych Polſkich. Pytam, ile w biciu złota podług tego roſkazu przymieszać ſię ma srebra rzeczoney proby?

REZOLUCYA.

Przez ogulne Prawidło: $a = 200$, $b = 900$, $m = 1140$, $n = 40$, a zatym $x = \frac{ab - an}{m - n} = \frac{200 \times 900 - 200 \times 40}{1140 - 40} = \frac{180000 - 8000}{1100} = \frac{172000}{1100} = \frac{1720}{11} = 156 + \frac{4}{11}$. Więc $y = a - x = 200 - 156 + \frac{4}{11} = 44 - \frac{4}{11} = 43 + \frac{11 - 4}{11} = 43 + \frac{7}{11}$. Doświadczenie. Wszakże 1. $156 + \frac{4}{11} + 43 + \frac{7}{11} = 200$. 2. $156 + \frac{4}{11} \times 1140 = 177840 + \frac{4560}{11}$, czyli $+$

$414 + \frac{6}{11} = 178254 + \frac{6}{11}$, tudzież $43 + \frac{7}{11} \times 40 = 1720 + \frac{280}{11}$, czyli: $25 + \frac{5}{11} = 1745 + \frac{5}{11}$; A że $178254 + 1745 + \frac{6+5}{11} = 180000$. Więc &c.

ZAGADNIENIE X.

DAymy, że w teyże Pruſkiey Mennicy znayduie ſię srebro czyſte, ktorego grzywna Kolońſka wychodzi na 81 Złotych, a nie bita na monetę wartuie (iako ſię namieniło pod l. II.) Złotych Polſkich 78, ktorey grzywna kosztuie Złoty 1, tym czasem dany roſkaz, aby na monetę wybito srebra z przymieszką miedzi grzywien Kolońſkich 600, z warunkiem, aby każda grzywna w tey monecie nie wartowała, tylko Złotych Polſkich 30. Pytam, ile w takiey monecie znaydzie ſię srebra, a ile miedzi?

REZOLUCYA.

Przez toż Prawidło: $a=600$, $b=30$, $m=78$, $n=1$; będzie więc: $x=\frac{ab-an}{m-n}$ $=\frac{600\times30-600\times1}{78-1}=\frac{18000-600}{77}=\frac{17400}{77}=225+\frac{75}{77}$. Więc $y=a-x=$ $600-225+\frac{75}{77}=375-\frac{75}{77}=374+\frac{77-75}{77}=374+\frac{2}{77}$. Doświadczenie.

Wszakże 1. $225+374+\frac{75+2}{77}=600$

2. $225+\frac{75}{77}\times78=17550+\frac{5850}{77}=$ $17550+75+\frac{75}{77}=17625+\frac{75}{77}$, tudzież $374+\frac{2}{77}\times1=374+\frac{2}{77}$. A że 17625

$$+374+\frac{75+2}{77}=18000$$; Więc dobrze ſię rezolwowało. C. B. D. R.

Przeſtroga : Namieniło ſię wyżey, ile ktorego kruszcu części w robocie ubywa, więc żeby Rezolucye Zagadnieniow o przymieszkach kruszcow były iak naydokładnieysze, potrzeba mieć wzgląd i na tę defalkę, czyli ſtratę w robocie, a zatym daiąc do roboty kruszce, i szukaiąc części tych, ktore ſię zmieszać maią, gdy ſię przełożonym sposobem znaydą, przydać do nich należy iakieś cząſtki proporcyonalne zwykłym ginąć w robocie, żeby założoną ilkość tychże kruszcow robota zaważyła np. przez Rezolucyą Zagadnienia pierwszego wynaleziona ilkość złota ieſt $=4$ grzywnom $+\frac{1}{10}$, a srebra $=\frac{9}{10}$. Powiedziało ſię zaś, że na 100 grzywnach złota i srebra ginie w robocie $\frac{1}{2}$ grzywny, więc przez Regułę proporcyi, nayprzod: ieżeli na 100 ginie $\frac{1}{2}$, ileż na $4+\frac{1}{10}$?

po-

potym: ileż na $\frac{9}{10}$? Znaydzie ſię ſtraty w tym przypadku złota $\frac{41}{2000}$, a srebra $\frac{9}{2000}$ grzywny, więc żeby robota ważyła grzywien 5, ſtratę przydać trzeba, do ilkości złota i srebra wynalezionych, będzie zatym: $4 + \frac{1}{10} + \frac{41}{2000} = 4 + \frac{200+41}{2000} = 4 + \frac{241}{2000}$ ilkość złota, a srebra $= \frac{9}{10} + \frac{9}{2000} = \frac{1800+9}{2000} = \frac{1809}{2000}$, ktore dane do roboty, uczynić w niey powinny ilkość umowioną 5 grzywien.

Co we wszyſtkich innych Rezolucyach zachowuiąc, ślepo wierzyć Rzemieślnikom ſtratę kruszcow w swych robotach powiększaiącym nie będziemy.

ZA-

ZAGADNIENIA.

O doświadczaniu robot Kruszcowych wyszłych iuż z rąk Rzemieślniczych.

ZAgadnienia tego gatunku wielorakim sposobem mogą być rezolwowane. Inne albowiem doświadczania rzeczonych robot są Probierſkie, a inne Matematyczne, i znowu iak pierwsze, tak i drugie rozmaite. Probierze doświadczaią tych robot, albo przez kamień swoy Probierſki, albo przez operacyą Chimiczną.

I. Sposob doświadczania robot srebrnych zwyczayny Probierzom Polſkim, ale zawodny. Już bowiem wyżey powiedziało ſię, że srebro z moſiądzem zmieszane na kamieniu Probierſkim wyższą nierownie, a niżeli w sobie ma probę, pokazuie. Do tego bywaią rożne naczynia wewnątrz z podleyszego srebra zrobione, a zewnątrz przednieyszym od Rzemieślnikow powlekane, iakże można poznać rzetelną na kamieniu Probierſkim onych probę? Doſkonalſi więc Probierze, nie przeſtaiąc na tym doświadczania sposobie, używaią Chimicznego. Przypatrzyłem ia ſię takiemu doświadczaniu przez Jmci Pana Schrödera Probierza Generalnego w Mennicy Warszawſkiey czynionemu, ktore tu, dla wiadomości innych sposobności widzenia tego nie maiących, przełożę. 1. Doświadczaiąc srebra w dwozłotowkach fałszywych Pruſkich świeżo bitych na

ſtępel Polſkiemu podobny, *Nayprzod*: Rzeczoną dwozłotowkę zważył, i znalazł zewnętrzny iey walor wynoszący na 133 eſſow Hollenderſkich, zamiaſt $194 + \frac{14}{25}$ gdyż, ieśli 25 dwozłotowek zaważa całą grzywnę czyli eſſow 4864, toć dwozłotowka 1 zaważyć powinna eſſow $194 + \frac{14}{25}$, brak więc pokazał ſię eſſow $61 + \frac{14}{25}$, potym uwinąwszy tęż dwozłotowkę w cienką blaszkę tombakową, wybił na niey wyrazy z obu ſtron ſtępla, dla okazania tey monety wizerunku. *Powtore*: Wykroił nożyczkami kilka kawałkow z teyże dwozłotowki, i tyle ich odważył, ile trzeba było na poł-grzywny małey, czyli w mnieyszych częściach wielkiey poł-grzywnie proporcyonalnych wziętey, a odważone owe kawałki w papierek z szalki zsypał, i na bok odłożył, potym drugie takież poł-grzywny odważył, i w papierek zsypał. *Potrzecie*: Z ołowiu czyſtego 18 grzywien także małych na dwie części rozdzieliwszy, odważył, i po 9 grzywien do odłożonych z srebrem papierkow przyłączył. Tymczasem w piecyku żelaznym (ktory podwoyny ieſt z blach żelaznych zrobiony, zewnętrzny i wewnętrzny, między ktoremi wierzchem naybardziey i spodem węgle rozżarzone

by-

bywaią, dla rozpalenia wewnętrznego piecyka; w zewnętrznym zaś ze trzech bokow troiakie są drzwiczki, ktore dla natężenia ognia odsuwaią ſię, a dla przygaszenia zasuwaią podług potrzeby) kubeczki z popiołu, z drzewa lub kości spalonych, wyczyszczonego z cząſtek solnych umyślnie na to od samego Probierza robione, *cupella* zwane, od blachy spodniey wewnętrznego piecyka od godziny rozpalały ſię; ktore gdy iuż rozpalone były, szczypczykami kładł w ieden z tych kubeczkow 9 grzywien małych przygotowanego ołowiu, a w drugi, drugie 9, a gdy ołow rozpłynął ſię i zagotował, kładł znowu szczypczykami w w też same kubeczki po poł grzywny małey srebra nagotowanego w papierkach, natychmiaſt srebro roſtapiać ſię zaczęło; W tym zmnieyszał tęgości ognia drzwiczek dotąd otwartych przymykaiąc, a pilnie patrząc, aż ołow dla odłączenia miedzi od srebra użyty z miedzią razem ſkoperwaſieie i wſiąknie w kubeczki, albo na ich spodzie oſiędzie. Co gdy ſię ſtało, a srebro czyſte w gałeczkach małych pozoſtało, wyiął ie szczypcami wraz z kubkami, i otarłszy z przyległych proszkow, ważył nayprzod iednę z drugą, dochodząc, czy co srebra w ogniu nie zginęło, a ponieważ rownoważne obie gałeczki były, znakiem to było, iż bez ſtraty srebra ta robota chimiczna odprawiła ſię. J dla tey to przyczyny na początku doświadczenia po poł grzywny małey, a nie całą razem grzywnę owych

srebra kawałkow odważył. Dopiero obie razem owe gałeczki czyſtego iuż srebra zważył, ktore nie zaważyły tylko łotow 5 i granow 17, a ważyć powinne były całą grzywnę, to ieſt: łotow 16, brak tedy był łotow 10 i grana 1. Zkąd przez Regułę proporcyi doszedł wartości wewnętrzney teyże Pruſkiey dwozłotowki. I. Albowiem ieżeli 1 dwozłotowka tego gatunku, iako ſię wyżey namieniło, ważona zaważyła eſſow Hollenderſkich 133, toć cała grzywna dwozłotowek, to ieſt: sztuk 25, zaważyć powinna tychże eſſow 3325. II. Jeżeli eſſow 3325 zawiera ſię w 25 dwozłotowkach Pruſkich, toć reszta eſſow do grzywny Kolońſkiey czyli do 4864 nie doſtaiących, to ieſt: eſſow 1539 zawiera ſię w dwozłotowkach $11 + \frac{76}{133}$, a zatym cała grzywna Kolońſka nie czyſtego srebra zawiera ſię w $25 + 11 + \frac{76}{133}$ czyli w 36 $+ \frac{76}{133}$ dwozłotowkach, a powinna ſię zawierać w 25 tylko. III. Jeżeli łotow 5 i granow 17 czyſtego srebra przez czynione doświadczenie dopiero odkrytego w rzeczonych dwozłotowkach daie tychże dwozłotowek 36

$+ \frac{76}{133}$, ileż da grzywna cała, to ieſt:

łotow 16? da: $5 + \frac{17}{18}$ czyli: $\frac{107}{18}$. 36

$+ \frac{76}{133}$ czyli: $\frac{4864}{133}$: : 16.

$$\frac{18}{107} \times \frac{77824}{133} = \frac{1400832}{14231} = 98 + \frac{6194}{14231}.$$

Więc na grzywnę Kolońſką czyſtego srebra, na ktorą naszych dobrych dwozłotowek wychodzi 40, takich Pruſkich trzeba $98 + \frac{6194}{14231}$. IV. Jeżeli $98 + \frac{6194}{14231}$ dwozłotowek Pruſkich daią naszych 40, czyli: Złotych 80, czyli: groszy 2400, ileż da dwozłotowka 1? dla zgubienia frakcyi, mnożąc 98, i 2400 przez 14231, będzie: 1400832. 34154400 : : 1. x Czyli: $\frac{34154400}{1400832} = 24 + \frac{534432}{1400832}$ groszy. Pokazało ſię zatym, że dwozłotowka owa Pruſka nie wartuie tylko groszy 24 i poł-grosza nie spełna. Otoż spo-

sposob chimiczny doświadczania srebra. 2. Doświadczenie zaś złota wzmiankowany Probierz następuiącym czynił sposobem: nayprzod odciąwszy od złota nieczystego, czyli z srebrem i miedzią zmięszanego kilka cząstek, po poł grzywny mnieyszey odważył tak, iak pierwey cząstek srebra, odważył także trzy mnieysze grzywny czystego srebra, i 12 ołowiu czystego, a odważone tak srebro iako i ołow na dwie części rodzieliwszy, przy nagotowanych cząstkach złota położył. W rozpalone dwa kubeczki w piecyku tymże samym, co pierwey, kładł wprzod nagotowane części ołowiu; potym, gdy się ołow zagotował, części srebra, nareszcie części złota; i poty ognia natężał, poki ołow włożony odłączaiąc od złota i srebra miedź, razem z nią nie wsiąkł w kubeczki, a kulki złota zmieszanego z srebrem nie zostały. To gdy się stało wyiął rzeczone kulki z kubkami. 3. Ponieważ w tych kulkach srebro zmięszane było z złotem, dla oddzielenia więc srebra od złota użył wodki mocney (aqua fortis) wprzod owe kulki młotem spłaszczywszy nakształt blaszek cienkich, potym w trąbki zwinione w banieczkę rzeczoną wodką napełnioną, zwolna nad ogniem przy piecyku wcześnie rozgrzaną wpuścił, gdzie powoli wodka owa cząstki srebra odłączała od złota, złotu naturalny kolor wracaiąc, a swego bynaymniey nie mieniąc. Gdy iuż złoto swoy lustr odzyskało, w kształcie trąbek, iak było zwinione,

ne,

ne, nim go z banieczek dobył, zlał wprzod wodkę w osobne naczynie, a inną spłokiwał po kilka razy cząstki, ieżeli iakie ieszcze pozostały srebra. Dobył nareszcie owego iuż czystego złota i zważył; pokazało się więc, że z grzywny całey czyli 24 karatow po wyczyszczeniu nie zostało tylko 19 karatow, reszta więc, to iest: 5 karatow przymieszka była srebra z miedzią. Od tych iuż 19 części pozostałego złota odciąwszy, nadto 2 grana, przeto, że wodka owa nie iest tak mocna, żeby zupełnie oddzieliła srebro od złota, i zawsze podług czynionych wszędzie doświadczeniow w grzywnie 1 złota zostawuie 2 grana srebra; więc z grzywny owey złota nie zostało tylko 18 karatow i 10 granow. 4. Co się tycze srebra przez wodkę mocną od złota odłączonego, te na drobne i pod oko nie podpadłe cząstki rozpuszczone w teyże wodce zostało, nic iey nie zafarbowawszy, lecz za włożeniem odrobiny soli pospolitey, zaraz wodka owa zbielała, a cząstki srebra łączyć się, nadoł opadać, i czynić massę podobną do gaszonego wapna zaczęły, ktore zmięszane z łoiem i w dwa pozostałe w piecyku kubeczki wypalone włożone, dopiero kolor właściwy i miąszość odzyskały. Dla tego zaś z łoiem się mięszaią owe cząstki srebra, że są znikłe (volatiles) i bez tey tłustości w ogniu na powietrzeby się rozsypały i zginęły. Zkąd ta ogolna wiadomość wypływa, że srebra części rozpuszczaią się przez wodkę mocną, a

łączą się przez sol pospolitą, złota zaś części rozpuszczaią się przez inną wodkę Krolewską zwaną (aqua Regia,) a łączą się przez sol koperwasową. (Sal vitrioli.) Tych samych sposobow używaią Chimiczni Probierze w doświadczaniu nie tylko Mennicznych, ale i Złotniczych robot, tak Złotych iako i srebrnych, to iest: wycinaią oni z rzeczy zrobionych bez zepsucia onych drobne cząstki, i w tych cząstkach doświadczenie, iakie się opisało, uczyniwszy, wnoszą, że w całey rzeczy zrobioney tegoż gatunku iest złoto lub srebro, iakiego pokazało się w cząstkach dla doświadczenia wyciętych. Lecz, częścią że takie doświadczanie wypływa z Chimii, na ktorey rzadko kto u nas zna się, i wyciąga narzędziow, ktore nie łatwo mogą być zdobyte, a zatym nie powszechnie od Uczeńszych nawet być może praktykowane; częścią że nie iest tak pewne, aby o nim zawątpić nie godziło się, zwłaszcza w robotach, ktorych kraiać i psuć nie można. Bo zkądże nayprzod pewność, że cząstki wykroione nie znacznie z naczynia złotego lub srebrnego są iednorodne ze wszystkiemi innemi częściami? potym: zkąd pewność, że przez zbytnie ognia natężenie nie ubyło co cząstek złota lub srebra Chimicznie probowanego, aby przez proporcyą tych do całey roboty doyść się mogł rzetelny w nim czystości stopień? Przeto innych pewnieyszych, a oraz od większey liczby ludzi używać się mogących sprawiedliwie

wie dawno szukano, i dziś czekać należy doświadczenia tego sposobow. Jakoż dwa są następuiące Hidrauliczne od dawnieyszych i świeższych Matematykow wynalezione.

Z tych pierwszy od Archimedesa był wynaleziony i użyty w Rezolucyi Zagadnienia o koronie Hierona. Swiadczy *Vitruvius*, że Hiero Krol Syrakuski dał Złotnikowi znaczną iakąś sztukę złota na zrobienie Korony. Gdy więc zrobiona była, lubo daną sztukę złota zaważała, ciekawość atoli w Krolu sprawiła, czy do złota srebra przymięszawszy Złotnik, nie ukradł iakiey części danego złota. Prosi zatym Archimedesa, aby chciał tego iakim doświadczyć sposobem. Archimedes długo przemyślaiąc o sposobie, przypadkiem nań natrafił. Gdy bowiem maiąc się kąpać lazł do wanny, postrzegł, że z niey tyle się wody wylewa, ile w niey mieysca iego ciała rozłożystość czyli obięcie (volumen) zabiera, a wiedząc, że złoto iest z kruszcow naycięższe, wniosł sobie, nayprzod: że bryła złota mnieyszego nierownie powinna być obięcia, niż bryła srebra, żeby obie były rownoważne; powtore: że te dwie bryły rownoważne nie rowne mieysca dla nie rownego obięcia zabiorą, to iest: więcey mieysca zabierze np. funt srebra, niż funt złota; a ztąd wniosł, że więcey tamten, niż ten wody z pełnego naczynia wyleie, uczynił więc następuiące doświadczenie Archimedes. Wziął brył dwie, iednę złota, drugą srebra; każdą tyle ważą-

cą,

cą, ile zaważała Korona, i w naczynie pełne wody kładł z osobna: Koronę, bryłę złota, i bryłę srebra, pilnie uważaiąc, ile wody wycieka za każdym włożeniem, a wyciekłą też wodę w inne umyślnie na to postawione wiadomey wagi naczynia zebrawszy, ważył; doświadczył zatym, że bryła złota mniey wody wylała, niż Korona, a Korona mniey niż bryła srebra, a zatym, że bryły złota mnieysze być musiało obięcie, niż Korony, a tey mnieysze niż bryła srebra, choć były między sobą rownoważne, a zatym na koniec, że w Koronie nie same czyste złoto, lecz i srebra była iakaś przymieszka, ktorey on przez Regułę dwoiakiego założenia Arytmetyczną pracowicie doszedł. Lecz przez Algebrę z nieporownaną łatwością, iako każdy doświadczaiący uzna, tey i podobnych przymieszek doyść można. Obaczmy iakim sposobem.

REZOLUCYA.

Zagadnienia o Koronie Hierona sposobem od Archimedesa wynalezionym.

POnieważ wzmiankowany Pisarz nie namienia, ile ta Korona ważyła, daymy więc, że ważyła 12 funtow pospolitych. Daymy także, że ta Korona włożona w naczynie wodą napełnione, wylała teyże wody funtow

$7+\frac{4}{5}$. Znać zaraz było, że nie z 12 funtow złota zrobiona, gdyż bryła złota dwunasto funtowa tyle wody wylać nie mogła. Na doświadczenie zaś tego, ile bryła złota czystego dwunasto funtowa wody wylewa, nie trzeba tak wielkiey bryły szukać i kłaść w wodę, iak czynił Archimedes, dosyć iest wziąść część iaką np. funt 1, pokaże się, iako doświadczenie czyniącym pokazało się, że 1 funt złota czystego wylewa wody $\frac{3}{5}$ funta, a ieżeli funt 1 wylewa $\frac{3}{5}$, toć 12 funtow wyleie $7+\frac{1}{5}$ (przez Reg. prop.) toć Korona, ktora wylała więcey, to iest: $7+\frac{3}{5}$, nie miała w sobie 12 funtow czystego złota. Potym wiadomo także z doświadczenia, że funt 1 srebra czystego wylewa wody $\frac{9}{10}$ funta. Więc żeby zgadnąć, ile złota, a ile srebra w Koronie owey było przymięszanego, Zagadnienie to obrocić trzeba na pomiary, założywszy za niewiadome funty złota x, a srebra y. Ponieważ więc niewiadome złoto i srebro w Koronie owey

uczy-

uczynić powinno funtow 12, toć pierwszy pomiar wypada: $x+y=12$, czyli: $x=12-y$.

Drugi wypadnie części wody wylane od funta złota rozmnożywszy przez niewiadome funty złota w Koronie, i części wody wylane od funta srebra rozmnożywszy przez niewiadome funty srebra w teyże Koronie, a te dwoiakie części zrownawszy z częściami wody przez Koronę wylaney, będzie zatym:

$$\frac{3x}{5}+\frac{9y}{10}=7+\frac{4}{5} \text{ czyli: } =\frac{39}{5}.$$

Gubiąc zaś frakcye, to ieſt: Mianownikow wszyſtkich przez 5 dzieląc, a przez 2 inne terminy mnożąc, będzie: $6x+9y=78$.

Zakładaiąc za $6x$ cenę x z pierwszego pomiaru, będzie: $72-6y+9y=78$.

Czyli: $3y=78-72=6$.

Czyli na koniec: $y=\frac{6}{3}=2$.

Lecz y, założone za funty srebra, więc tych w Koronie było 2, a zatym x czyli funty złota $=12-2=10$. Doświadczenie. Wszakże 1. $10+2=12$. 2. Jeżeli funt 1 złota daie wody $\frac{3}{5}$, toć funtow 10 da

$\frac{30}{5} = 6$, i ieżeli funt 1 srebra daie wody $\frac{9}{10}$, toć funtow 2 da $\frac{18}{10} = 1 + \frac{8}{10}$ czyli: $\frac{4}{5}$, a że te części wody dodane, to ieſt: $6 + 1 + \frac{4}{5}$ czyli: $7 + \frac{4}{5}$ wyrownywaią częściom wody przez Koronę wylaney, więc nie zawodnie było w niey złota 10, a srebra 2 funty, ieżeli Korona 12 ważyła. C. B. D. R.

INNE PRZYKŁADY.

1. DAymy, że kto dał do robienia iakiey rzeczy Złotnikowi 5 funtow złota czyſtego, rzecz ta zrobiona i w naczynie wody pełne włożona wylać powinna wody funtow 3, (gdyż ieżeli 1 funt złota daie wody $\frac{3}{5}$, toć 5 dać powinno $\frac{15}{5} = 3$) a tym czasem wylała funtow wody $3 + \frac{1}{2}$. Pytam, iaka tu przymieszka srebra do złota?

REZOLUCYA.

Funty niewiadome złota $=x$, srebra $=y$, pierwszy pomiar: $x+y=5$, czyli: $x=5-y$.

Drugi, iak wyższey Rezolucyi: $\frac{3x}{5}+\frac{9y}{10}=3+\frac{1}{2}$ czyli: $=\frac{7}{2}$.

Gubiąc frakcye, będzie: $3x+\frac{45y}{10}=\frac{35}{2}$,

Czyli: $30x+45y=\frac{350}{2}$.

Czyli: $60x+90y=350$.

Zakładaiąc cenę x za 60x, $300-60y+90y=350$.

Czyli: $30y=350-300=50$.

Czyli na koniec: $y=\frac{50}{30}=1+\frac{20}{30}=1+\frac{2}{3}$.

Więc

Więc srebra w zapytaney robocie funt 1 $+\frac{2}{3}$, toć złota $x = 5 - 1 + \frac{2}{3} = 4 - \frac{2}{3} = 3 + \frac{3-2}{3} = 3 + \frac{1}{3}$. Doświadczenie. Wszakże 1. $3 + 1 + \frac{1+2}{3} = 5$. 2. Jeżeli 1 funt złota daie wody $\frac{3}{5}$, toć funtow $3 + \frac{1}{3}$, czyli: $\frac{10}{3}$ da $\frac{30}{15} = 2$, tudzież: ieżeli funt 1 srebra daie wody $\frac{9}{10}$, toć funt $1 + \frac{2}{3}$ czyli: $\frac{5}{3}$ da $\frac{45}{30} = 1 + \frac{15}{30}$ czyli: $\frac{1}{2}$; A że $2 + 1 + \frac{1}{2} = 3$ funtom wody wylanym przez rzecz zrobioną; Więc dobrze ſię rezolwowało. C. B. D. R.

2. Daymy, że 16 funtow pospolitych czyſtego złota danych ieſt do roboty, ktora włożona w wodę, wylała oney funtow 10 +

$\frac{1}{4}$, a wylać powinna tylko funtow $9 + \frac{3}{5}$. Znakiem to więc było srebra przymieszanego w tey robocie do złota. Pytam więc, ile było przymięszanego?

REZOLUCYA.

Funty niewiadome złota $= x$, srebra $= y$. Pierwszy pomiar: $x + y = 16$, czyli: $x = 16 - y$.

Drugi: $\frac{3x}{5} + \frac{9y}{10} = 10 + \frac{1}{4}$ czyli: $\frac{41}{4}$.

Gubiąc frakcye: $3x + \frac{45y}{10} = \frac{205}{4}$.

Czyli: $30x + 45y = \frac{2050}{4}$.

Czyli: $120x + 180y = 2050$.

Zakładaiąc cenę x: $1920 - 120y + 180y = 2050$.

Od-

Odciągaiąc i przenosząc: $60y = 2050 - 1920 = 130$.

Dzieląc na koniec: $y = \frac{130}{60} = 2 + \frac{10}{60}$ czyli: $\frac{1}{6}$.

Więc: $x = 16 - 2 + \frac{1}{6} = 14 - \frac{1}{6} = 13 + \frac{6-1}{6} = 13 + \frac{5}{6}$.

Doświadczenie. Wszakże 1. $13 + 2 + \frac{5+1}{6} = 16$, 2. Jeżeli 1 funt złota daie wody $\frac{3}{5}$, toć funtow $13 + \frac{5}{6}$ czyli: $\frac{83}{6}$ da $\frac{249}{60} = 8 + \frac{9}{30}$; tudzież ieżeli 1 funt srebra daie wody $\frac{9}{10}$, toć funtow $2 + \frac{1}{6}$ czyli: $\frac{13}{6}$ da $\frac{117}{60} = 1 + \frac{57}{60}$. A że 8

$$+1+\frac{9}{30}+\frac{57}{60}\text{ czyli: }+\frac{18+57}{60}$$

$$=10+\frac{1}{4}.\text{ Więc \&c.}$$

3. Daymy, że 20 pospolitych grzywien czyſtego złota dano do roboty, a ta wylała wody grzywien $6+\frac{1}{2}$ czyli: $\frac{13}{2}$, wylać zaś nie powinna, tylko spełna 6. Pytam, co tu za przymieszka srebra?

REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $=x$, srebra $=y$. Części zaś wody wylanych przez grzywnę złota i srebra, szukać trzeba tak: ponieważ 2 grzywien czynią 1 funt, a ten wylewa $\frac{3}{5}$ funta wody, gdy ſię nim złoto waży, albo: $\frac{9}{10}$, gdy srebro więc podzieliwszy $\frac{3}{5}$ i $\frac{9}{10}$ przez 2, będą części wody wylane przez grzywnę złota $=\frac{3}{10}$, a wylane

lane przez grzywnę srebra $=\frac{9}{20}$. A zatym te wypadną pomiary: Pierwszy $x+y=20$, czyli: $x=20-y$.

Drugi zaś: $\frac{3x}{10}+\frac{9y}{20}=\frac{13}{2}$.

Gubiąc frakcye, będzie: $3x+\frac{90y}{20}=\frac{130}{2}$.

Czyli: $60x+90y=\frac{260}{2}$

Czyli: $120x+180y=260$.

Zakładaiąc cenę x: $240-120y+180y=260$.

Czyli: $60y=200$ czyli: $y=\frac{200}{60}=3+\frac{20}{60}=3+\frac{1}{3}$.

Więc: $x=20-3+\frac{1}{3}=17-\frac{1}{3}=16+\frac{3-1}{3}=16+\frac{2}{3}$. Doświad-

czenie. 1. $16 + 3 + \frac{2+1}{3} = 20$. 2. Jeżeli grzywna 1 złota wylewa wody $\frac{3}{10}$ toć grzywien $16 + \frac{3}{10}$ czyli : $\frac{50}{3}$ wyleią $\frac{150}{30} = 5$, tudzież : ieżeli grzywna 1 srebra wylewa wody $\frac{9}{10}$, toć grzywien $3 + \frac{1}{3}$ czyli : $\frac{10}{3}$ wyleią $\frac{90}{60} = 1 + \frac{1}{2}$. A że $5 + 1 + \frac{1}{2} = 6 + \frac{1}{2}$ Więc &c.

REZOLUCYA

Ogulna podług wynalazku Archimedesa Zagadnieniow o doświadczeniu przymieszek w robotach Złotniczych iednego do drugiego kruszcu.

Niech będą 1. części, to ieſt : funty lub grzywny niewiadome przednieyszego kruszcu

szcu $=x$, podleyszego zaś $=y$. 2. Waga zrobioney rzeczy $=m$. 3. Ilkość wody wylaney o iedney iakiey części np. funta lub grzywny przedńieyszego kruszcu $=a$, podleyszego zaś $=b$, na koniec: ilkość wody wylaney od rzeczy zrobioney $=n$. Będzie zatym z pierwszego warunku pomiar: $x+y=m$, czyli: $x=m-y$.

Z drugiego: $ax+by=n$. Czyli zakładaiąc cenę x za ax rozmnożoną przez, a będzie: $am-ay+by=n$.

Przenosząc, będzie: $by-ay=n-am$.

Na koniec dzieląc przez $b-a$, $y=\dfrac{n-am}{b-a}$.

Ten ostatni pomiar z ceną pierwszego $x=m-y$ ogulnym iest doświadczania rożnych robot Złotniczych prawidłem, za ktorego pomocą odkryć można przymieszki nie tylko srebra do złota, ale i miedzi tak do złota, iako do srebra, i innych iednych do drugich kruszcow z doświadczenia uczynionego wprzod doszedłszy, ile wody wylewa każdego z osobna kruszcu funt albo grzywna 1. J tak:

I. W Zagadnieniu o Koronie Hierona, będzie: $a=\dfrac{3}{5}$, $b=\dfrac{9}{10}$, $m=12$, $n=$

$$7+\frac{4}{5}=\frac{39}{5}\text{, a zatym: } y=\frac{n-am}{b-a}$$

$$=\frac{\frac{39}{5}-\frac{3}{5}\times 12}{\frac{9}{10}-\frac{3}{5}}=\frac{\frac{39-36}{5}}{\frac{9-6}{10}}=$$

$$\frac{10}{3}\times\frac{3}{5}=\frac{30}{15}=2.$$ Więc $x=12-2$ $=10$ tak, iak wyżey.

II. W Przykładzie pierwszym $a=\frac{3}{5}$, $b=\frac{9}{10}$, $m=5$, $n=3+\frac{1}{2}$, a zatym:

$$y=\frac{n-am}{b-a}=\frac{3+\frac{1}{2}-\frac{3}{5}\times 5}{\frac{9}{10}-\frac{3}{5}}=$$

3+

$$\frac{3+\frac{1}{2}-\frac{15}{5}}{\frac{9-6}{10}} = \frac{10}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{10}{6}$$

$= 1 + \frac{4}{6} = 1 + \frac{2}{3}$, więc $x = 5 - 1 + \frac{2}{3} = 4 - \frac{2}{3} = 3 + \frac{1}{3}$ tak, iak pierwey.

III. W Przykładzie drugim: $a = \frac{3}{5}$, $b = \frac{9}{10}$, $m = 16$, $n = 10 + \frac{1}{4} = \frac{41}{4}$, a

zatym: $y = \frac{n - am}{b - a} = \frac{\frac{41}{4} - \frac{48}{5}}{\frac{9}{10} - \frac{3}{5}} =$

$$\frac{\frac{205 - 192}{20}}{\frac{9 - 6}{10}} = \frac{10}{3} \times \frac{13}{20} = \frac{130}{60} = 2$$

$+ \frac{1}{6}$. Więc $x = 16 - 2 + \frac{1}{6} = 14 - \frac{1}{6} = 13 + \frac{6 - 1}{6} = 13 + \frac{5}{6}$ tak, iak wyżey.

IV. W trzecim: $a = \frac{3}{10}$, $b = \frac{9}{20}$, $m = 20$, $n = \frac{13}{2}$, a zatym: $y = \frac{n - am}{b - a}$

$$= \frac{\frac{13}{2} - \frac{3}{10} \times 20}{\frac{9}{20} - \frac{3}{10}} = \frac{\frac{13}{2} - \frac{60}{10}}{\frac{9 - 6}{20}} =$$

$$\frac{\frac{65-60}{10}}{\frac{3}{20}} = \frac{20}{3} \times \frac{5}{10} = \frac{100}{30} = 3 + \frac{1}{3}.$$

Więc $x = 16 - 3 + \frac{1}{3} = 13 - \frac{1}{3} = 12 + \frac{3-1}{3} = 12 + \frac{2}{3}$ tak, iak wyżey, i t. d.

Przestroga. Jeżeli złoto albo srebro nieczyste daie się do roboty, takiego złota funt, więcey wody, niż $\frac{3}{5}$ funta, a grzywna więcey niż $\frac{3}{10}$ wylać może, także i srebra funt więcey niż $\frac{9}{10}$, a grzywna więcey, niż $\frac{9}{20}$ wody wyleie z przyczyny przymieszki, ktora rzeczonych kruszcow większe czyni obięcie (volumen) więc w tym razie doświadczenie wprzod uczynić trzeba na funcie lub grzy-

grzywnie tego kruszcu, ktory się ma dać do roboty, żeby doyść wiele wody wylewa; wreszcie tak postąpić, iak się przełożyło. Ta tylko niewygoda iest w używaniu tego doświadczania sposobu, że się staie w praktyce trudny i prawie niepodobny na ten czas, kiedy w małey ilkości np. w uncyach albo łotach, a tym bardziey drobnieyszych wagach daią się kruszce do roboty. W ten czas bowiem wylew wody od tak szczupłey roboty uczyniony w porownaniu z wylewem, ktory 1 uncya albo łot czyni, nie znaczną sprawuie w wadze rożnicę. Przeto sposob następuiący zda mi się być od poprzedzaiącego powszechnieyszy, mniey zatrudniaiący, a ledwie i nie pewnieyszy.

III. Sposob ten od poźnieyszych Matematykow wynaleziony, na tym zależy, aby z wagi rzeczy zrobioney odmienney na powietrzu i w wodzie, dochodzić przymieszki podleyszego kruszcu do przednieyszego. Do czego dwoiakiey potrzeba wiadomości, nayprzod: o ciężkości porownaney, (de gravitate specifica) potym o utracie wagi w wodzie rożnych kruszcow. Co do pierwszego, po długim dochodzeniu i doświadczaniu, iest na ten koniec sporządzona od sławnego Filozofa Muszenbroka tablica, ktora okazuie porownanie ciężkości nayznaiomszych między sobą na świecie rzeczy. Niemasz potrzeby całey tu tey tablicy kłaść, (widzieć ią można w Doświadczeniach skutkow X. Rogalinskiego, w Księdze trzeciey, na karcie 515) to

to tylko co ſię przedſięwziętey tycze materyi, tu kładę:

Woda deszczowa - -	1. 000.
- - Przecedzana -	0. 993.
- - Morſka - -	1. 030.
- - Rzeczna - -	1. 009.
- - Zrzodelna - -	0. 999.
Złoto czyſte - -	19. 640.
Złoto mniey czyſte, iakie ieſt w pieniądzach -	18. 261.
Srebro czyſte - -	11. 091.
Mniey czyſte w pieniądzach -	10. 535.
- - Podleysze -	10. 340.
Miedź Szwedzka - -	8. 784.
- - Węgierſka wodna -	5. 777. *

Cy-

* Są wody w Węgrzech z gor kruszcowych cieknące, z cząstkami miedzi zmieszane, w ktorych blachy żelazne umyślnie na to kładzione, w przeciągu 2 lub 3 Miesięcy, tak w siebie miedzianych nabieraią cząstek, że się zdaią być w miedź zamienione, lecz ta miedź podła, i do robienia wielkich tylko naczyń używana, ale znayduie się tam miedź insza, rownie dobra iak Szwedzka.

Cyna Angielſka	- -	7. 471.'''
- - Poſpolita	- -	7. 320.'''
Ołow Angielſki czyſty	-	11. 325.'''
- - Poſpolity	- -	11. 310.'''
Zelażo	- - -	7. 645.'''

Tych wszyſtkich kruszcow porownanie czyni ſię poſpolicie z ciężkością wody proſtey deszczowey, pod czas umiarkowanego powietrza spadaiącey. Liczby te porownanie wyrażaiące iedne są przed kropką po lewey ſtronie położone, i znaczą całkowite wagi, to ieſt: albo funty, albo grzywny i t. d., a inne za kropką po prawey ſtronie, i znaczą liczby łamane, ktorych że trzy ieſt: pierwsza z końca znaczy części dzieſiąte, druga setne, a trzecia tyſiączne całey iakiey wagi. Zgoła są to wyrazy frakcyi dzieſiątkowych, ktorych wiadomość z poſpolitych Arytmetyk ma ſię zaſiągnąć. Lubo w naszych naſtępuiących robotach można porownanie te ciężkości kruszcowych z ciężkością wody brać w samych tylko liczbach całkowitych bez części dzieſiątkowych dla uniknienia długich i zatrudniaiących rachub, a mało pożytecznych, gdyż wynikłe ztąd cząſtki w oſtatnich produktach nie wiele przydać, albo uiąć mogą. Co ſię zaś tycze drugiego, doświadczaiąca naucza Fizyka, że iednaż bryła iakiegokolwiek kruszcu inną ma wagę na wolnym powietrzu, a in-

inną w wodzie ważona. Wagi albowiem tey, ktorą miała na powietrzu, mniey więcey utraca, gdy ſię w wodzie waży, to ieſt: utraca w proporcyi ciężkości swoiey, do ciężkości wody. J tak: ponieważ ciężkość złota czyſtego porownana do ciężkości wody, ma ſię iak $19.\,\overset{\prime\prime\prime}{6}40$ do $1.\,\overset{\prime\prime\prime}{0}00.$, czyli: ponieważ złoto przeszło 19 razy cięższe ieſt za wodę, idzie zatym, że bryła złota ważąca na powietrzu 19 funtow, albo grzywien, albo uncyi i tam daley, w wodzie nie zaważy tylko 18 funtow, albo grzywien i t. d., gdyż tyle w wodzie ſtraci ciężkości swoiey złoto, ile ieſt w niey ciężkości porownaney do ciężkości złota. A ztąd ſię wnoſi, że w wodzie złoto czyſte przeszło $\frac{1}{19}$, pieniężne i podleysze przeszło $\frac{1}{18}$, srebro czyſte przeszło $\frac{1}{11}$, pieniężne i podleysze przeszło $\frac{1}{10}$, miedź przeszło $\frac{1}{8}$, cyna przeszło $\frac{1}{7}$ część ciężkości swoiey w wodzie tracą. Co z Reguły proporcyi wynika. Albowiem: ieżeli czyſtego złota funtow, albo grzywien i t. d. 19 traci w wodzie 1 funt, albo grzywnę, ileż ſtraci funt albo

albo grzywna 1 ? Wypada $\frac{1}{19}$, i tam daley.

Te maiąc wiadomości, łatwo iuż uczynić doświadczenie przymieszek w robotach Złotniczych. Pokażmy to nayprzod w przykładzie, podług wynalazku Archimedesa, wyżey rezolwowanym o Koronie Hierona, a potym w innych. Pierwszy pomiar i tu tenże sam, co pierwey, to iest: $x + y = 12$, czyli: $x = 12 - y$.

Drugi, stratę wagi w wodzie iednego funta złota, i stratę wagi iednego także funta srebra, rozmnożone z osobna przez tychże kruszcow niewiadome funty w Koronie porownawszy z stratą wagi w wodzie samey Korony, będzie: $\frac{x}{19} + \frac{y}{11} = \frac{148}{209}$, to iest, stracie wagi Korony w wodzie wynoszącey przeszło 11 łotow. Gubiąc zaś frakcye, będzie:

$$1.\ x + \frac{19y}{11} = \frac{2812}{209}.$$

$$2.\ 11x + 19y = \frac{30932}{209}.$$

$$3.\ 2299x + 3971y = 30932.$$

Zakładaiąc zaś cenę x, za 2299x, będzie: $27588 - 2299y + 3971y = 30932$.

Czy-

Czyli: $1672y = 3344$, czyli: $y = \frac{3344}{1672} = 2$.

Więc: $x = 12 - y = 12 - 2 = 10$, iak i pierwey. Doświadczenie czyni ſię przez Regułę proporcyi tym ſposobem. I. Jeżeli 1 funt złota traci wagi w wodzie $\frac{1}{19}$ funta, ileż ſtraci 10 funtow? ſtraci $\frac{10}{19}$. II. Jeżeli 1 funt srebra traci w wodzie $\frac{1}{11}$, ileż ſtracą 2 funty? ſtracą $\frac{2}{11}$. A że $\frac{10}{19} + \frac{2}{11} = \frac{148}{209}$, to ieſt: ſtracie wagi w wodzie Korony. Albowiem obrociwszy te dwie frakcye do iednego Mianownika, będą: $= \frac{110 + 38}{209} = \frac{148}{209}$. Więc dobrze ſię rezolwowało. C. B. D. R.

INNE PRZYKŁADY.

Przymieszek srebra do złota.

I. DAymy, że złota czystego grzywien Kolonskich 6 dano do roboty, ktora ważona w wodzie nie powinna wagi swoiey tracić tylko $\frac{6}{19}$, (gdyż $1 . \frac{1}{19} :: 6 \frac{6}{19}$) tymczasem więcey traci np. $\frac{1}{3}$, zaraz więc znać, że w tey robocie niemasz całych 6 grzywien złota, a blady lustr złota w niey czyni podeyrzenie przymieszki srebra nieczystego, ktorego ciężkość, porownana do ciężkości wody iest iak 10 do 1. Pytam więc, iak doyść tey przymieszki?

REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x + y = 6$, czyli: $x = 6 - y$.

Drugi: $\frac{x}{19} + \frac{y}{10} = \frac{1}{3}$. Gubiąc frakcye, będzie: $x + \frac{19y}{10} = \frac{19}{3}$, czyli:

li: $10x + 19y = \frac{190}{3}$, czyli: $30x + 57y = 190$. Zakładaiąc zaś cenę x, będzie: $180 - 30y + 57y = 190$, czyli: $27y = 10$, czyli na koniec: $y = \frac{10}{27}$. Srebra więc $\frac{10}{27}$ grzywny, to iest: 5 przeszło łotow; więc złota, $x = 6 - \frac{10}{27} = 5 + \frac{27 - 10}{27} = 5 + \frac{17}{27}$, czyli: 5 grzywien, i łotow przeszło 10. Doświadczenie. 1. $1.\ \frac{1}{19} :: 5 + \frac{17}{27}$ (czyli: $\frac{152}{27}$.) $\frac{152}{513}$. 2. $1.\ \frac{1}{10} :: \frac{10}{27}.\ \frac{10}{270}$ czyli: $\frac{1}{27}$. A że $\frac{152}{513} + \frac{1}{27} = \frac{1}{3}$. Albowiem te dwie frakcye obrociwszy do iednego Mianownika, mnożąc

drugą przez 19, będzie: $\frac{152+19}{513} = \frac{171}{513} = \frac{1}{3}$. Więc i t. d.

2. Daymy, że złota nie bardzo czystego (ktorego ciężkość do ciężkości wody ma się iak 18 do 1) grzywien Kolońskich 15 dano do roboty, ktora wagi swey w wodzie tracić powinna $\frac{5}{6}$ iedney grzywny, a tymczasem więcey traci, np. grzywnę 1 całą, z lustru zaś bladawego znać przymieszkę srebra nieczystego (ktorego ciężkość do ciężkości wody iest iak 10 do 1.) Pytam, iak wielka ta przymieszka?

REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=15$, czyli: $x=15-y$.

Drugi: $\frac{x}{18} + \frac{y}{10} = 1$, czyli: gubiąc frakcye: $x + \frac{18y}{10} = 18$.

Czyli: $10x+18y=180$. Zakładaiąc zaś cenę x, będzie: $150-10y+18y=180$,

czy-

czyli: $8y=30$, czyli: $y=\frac{30}{8}=3+\frac{6}{8}=3+\frac{3}{4}$, czyli srebra grzywien 3 i łotow 12; więc $x=15-y=15-3+\frac{3}{4}=12-\frac{3}{4}=11+\frac{4-3}{4}=11+\frac{1}{4}$, czyli złota grzywien 11 i łotow 4. Do-

świadczenie. 1. $1.\frac{1}{18}::11+\frac{1}{4}$ (czyli: $\frac{45}{4}$). $\frac{45}{72}$. 2. $1.\frac{1}{10}::3+\frac{3}{4}$ (czyli: $\frac{15}{4}$). $\frac{15}{40}$. A że $\frac{45}{72}+\frac{15}{40}=1$; albowiem $\frac{45}{72}+\frac{15}{40}=\frac{1800+1080}{2880}=\frac{2880}{2880}=1$. Więc i t. d.

3. Daymy, że takiegoż złota łotow 12 dano do roboty, ktora ſtracić wagi swoiey

miała $\frac{2}{3}$ łota, a ſtraciła $\frac{3}{4}$, z koloru zaś znać przymieszane srebro nieczyſte. Pytam, w iakiey ilkości ieſt przymieszane?

REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=12$, czyli: $x=12-y$.

Drugi: $\frac{x}{18}+\frac{y}{10}=\frac{3}{4}$, czyli: gubiąc frakcye: $x+\frac{18y}{10}=\frac{54}{4}$, czyli: $10x+18y=\frac{540}{4}$, czyli: $40x+72y=540$.

Zakładaiąc zaś cenę: x będzie $480-40y+72y=540$, czyli: $32y=60$, czyli na koniec: $y=\frac{60}{32}=1+\frac{28}{32}=1+\frac{7}{8}$, czyli: srebra łot 1 i poł czwarty drachmy albo ćwierci, więc złota $x=12-1+\frac{7}{8}=11-\frac{7}{8}=10+\frac{8-7}{8}=10+\frac{1}{8}$. Doświadczenie.

$1.\ 1.\ \frac{1}{18} :: 10 + \frac{1}{8}\ (\frac{81}{8})\ \frac{81}{144}.\ 2.$

$1.\ \frac{1}{10} :: 1 + \frac{7}{8}\ (\frac{15}{8}).\ \frac{15}{80}.$ A żę

$\frac{81}{144} + \frac{15}{80} = \frac{3}{4}$, gdyż $= \frac{6480 + 2160}{11520}$

$= \frac{8640}{11520} = \frac{3}{4}$ (zredukowawszy na mnieysze terminy przez 288). Więc i tam daley.

PRZYKŁADY.

Przymieszek miedzi do złota.

1. DAymy, że 7 grzywien Kolońſkich czyſtego złota dano do roboty, ktora tracić wagi swey w wodzie powinna $\frac{7}{19}$, a tymczasem więcey traci np. $\frac{1}{2}$ grzywny; z luſtru zaś nie zmienionego znać przymieszkę miedzi, ktorey ciężkość porownana do ciężkości wody, ieſt iak 8 do 1. Pytam, iak wielka tu ieſt miedzi przymieszka?

REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=7$, czyli: $x=7-y$.

Drugi: $\frac{x}{19}+\frac{y}{8}=\frac{1}{2}$, gubiąc frakcye: $x+\frac{19y}{8}=\frac{19}{2}$, czyli: $8x+19y=\frac{152}{2}$, czyli: $16x+38y=152$. Zakładaiąc zaś cenę x, będzie: $112-16y+38y=152$, czyli: $22y=40$, czyli: $y=\frac{40}{22}=1+\frac{18}{22}=1+\frac{9}{11}$. Więc $x=7-1+\frac{9}{11}=6-\frac{9}{11}=5+\frac{11-9}{11}=5+\frac{2}{11}$. Doświadczenie 1. $1.\frac{1}{19}::5+\frac{2}{11}$ (czyli: $\frac{57}{11}$). $\frac{57}{209}$. 2. $1.\frac{1}{8}::1+\frac{9}{11}$ (czyli: $\frac{20}{11}$) $\frac{20}{88}$. A że $\frac{57}{209}+$

$\frac{20}{88} = \frac{1}{2}$, gdyż $= \frac{5016+4180}{18392} = \frac{9196}{18392} = \frac{1}{2}$. Więc i t. d.

2. Daymy, że 3 grzywien pospolitych złota nie bardzo czyſtego dano do roboty, ktora ważona w wodzie ſtraciła wagi swoiey $\frac{1}{4}$ grzywny, a ſtracić miała $\frac{1}{6}$, z luſtru zaś pokazuie ſię przymieszka miedzi. Pytam, ile iey przymieszano?

REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=3$, czyli: $x=3-y$.

Drugi: $\frac{x}{18}+\frac{y}{8}=\frac{1}{4}$, czyli: dzieląc Mianownikow przez 2: $\frac{x}{9}+\frac{y}{4}=\frac{1}{2}$. Gubiąc zaś frakcye: $x+\frac{9y}{4}=\frac{9}{2}$, czyli: $4x+9y=\frac{36}{2}=18$. Zakładaiąc cenę x, będzie: $12-4y+9y=18$, czy-

czyli : $5y=6$, czyli : $y=\frac{6}{5}=1+\frac{1}{5}$. Więc $x=3-1+\frac{1}{5}=2-\frac{1}{5}=1+\frac{5-1}{5}=1+\frac{4}{5}$. Doświadczenie: 1. $1.\ \frac{1}{18} :: 1+\frac{4}{5}\ (\frac{9}{5})\ \frac{9}{90}=\frac{1}{10}$. 2. $1.\ \frac{1}{8} :: 1+\frac{1}{5}\ (\frac{6}{5})$. $\frac{6}{40}=\frac{3}{20}$. A że $\frac{1}{10}+\frac{3}{20}=\frac{1}{4}$, gdyż $=\frac{2+3}{20}=\frac{5}{20}=\frac{1}{4}$. Więc i tam daley.

3. Daymy, że 13 łotow takiegoż złota dano do roboty, ktora w wodzie ſtraciła wagi swoiey $\frac{13}{16}$ łota. Pytam, ile do złota przymieszaney miedzi?

REZOLUCYA.

Pomiar pierwszy: $x+y=13$, czyli: $x=13-y$.

Drugi: $\frac{x}{18}+\frac{y}{8}=\frac{13}{16}$, czyli dzieląc przez 2, $\frac{x}{9}+\frac{y}{4}=\frac{13}{8}$.

Gubiąc frakcye: $x+\frac{9y}{4}=\frac{117}{8}$, czyli: $4x+9y=\frac{468}{8}$, czyli: $32x+72y=468$. Zakładaiąc cenę x, będzie: $416-32y+72y=468$. Czyli: $40y=52$, czyli: $y=\frac{52}{40}=1+\frac{12}{40}=1+\frac{3}{10}$. Więc

$x=13-1+\frac{3}{10}=12-\frac{3}{10}=11+\frac{10-3}{10}=11+\frac{7}{10}$. Doświadczenie: 1. 1. $\frac{1}{18}::11+\frac{7}{10}\ \left(\frac{117}{10}\right)\ \frac{117}{180}$. 2.

$$1. \frac{1}{8} : : 1+\frac{3}{10} \left(\frac{13}{10}\right). \frac{13}{80}.$$ A że

$$\frac{117}{180}+\frac{13}{80}=\frac{9360+2340}{14400}=\frac{11700}{14400}$$

$$=\frac{117}{144}$$, czyli podzieliwszy przez $9 =$

$$\frac{13}{16}$$. Więc i t. d.

PRZYDŁADY.

Przymieszek miedzi i mosiądzu do srebra.

I. DAymy, że 5 grzywien Kolońskich czystego srebra, czyli proby szesnastey, ktorego ciężkość do ciężkości wody iest: iak 11 do 1, dano do roboty, ktora ważona w wodzie, straciła wagi swoiey $\frac{1}{2}$, zamiast $\frac{5}{11}$ grzywny, znać więc, że iest z przymieszką miedzi, a zatym niższey proby ma w sobie srebro, niż było dane. Pytam, nayprzod

przod iak wielka miedzi przymieszka, a potym iakiey proby srebro w takiey robocie?

REZOLUCYA

Pierwszey części. Pierwszy pomiar: $x + y = 5$, czyli: $x = 5 - y$.

Drugi: $\frac{x}{11} + \frac{y}{8} = \frac{1}{2}$, czyli: gubiąc frakcye: $x + \frac{11y}{8} = \frac{11}{2}$, czyli:

$8x + 11y = \frac{88}{2}$, czyli: $16x + 22y = 88$.

Zakładaiąc zaś cenę x, będzie: $80 - 16y + 22y = 88$, czyli: $6y = 8$, czyli: $y = \frac{8}{6}$

$= 1 + \frac{2}{6} = 1 + \frac{1}{3}$, toć $x = 5 - y = 5 - 1 + \frac{1}{3} = 4 - \frac{1}{3} = 3 + \frac{3 - 1}{3} = 3 + \frac{2}{3}$. Więc w robocie tey ieſt srebra

grzy-

grzywien $3+\frac{2}{3}$, czyli i łotow bliſko 11, a miedzi grzywna $1+\frac{1}{3}$, czyli i łotow przeszło 5, a zatym ile miedzi Rzemieślnik przymieszał, tyle czyſtego srebra ukradł.

Doświadczenie. Wszakże: $1.\frac{1}{11} :: 3+\frac{2}{3}\left(\frac{11}{3}\right).\frac{11}{33}$, potym: $1.\frac{1}{8} :: 1+\frac{1}{3}\left(\frac{4}{3}\right).\frac{4}{24}$. A że $\frac{11}{33} \neq \frac{4}{24} = \frac{1}{3}+\frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$. Więc dobrze ſię rezolwowało. C. B. D. R.

REZOLUCYA.

Drugiey części. Chcąc zaś wiedzieć, iakiey proby ieſt w tey robocie srebro, w ktorey do srebra czyſtego grzywien $3+\frac{2}{3}$, przymieszano miedzi grzywnę $1+\frac{1}{3}$,

obro-

obrocić potrzeba grzywien $3+\frac{2}{3}$ na łoty, będzie: $3+\frac{2}{3}\times 16=48+\frac{32}{3}=58+\frac{2}{3}$, a te łoty podzielić przez 5 grzywien danych do roboty, Wieloraz $=11+\frac{11}{15}$ pokaże żądaną srebra probę iedenastą z 13 przeszło gran. Co tak okazuię: ieżeli każda w tey robocie grzywna srebra iest proby $11+\frac{11}{15}$, toć każda ma w sobie srebra czystego łotow $11+\frac{11}{15}$, czyli i granow przeszło 13, a resztę, to iest: łotow $4+\frac{4}{15}$, czyli gran. blisko 5 miedzi. A że w tey robocie grzywien iest 5, więc rozmnożywszy łotow $4+\frac{4}{15}$ przez 5, wypaść powinna przymieszka miedzi wynaleziona, to iest: grzywna $1+\frac{1}{3}$. Jakoż $4+$

$\frac{4}{15} \times 5 = 20 + \frac{20}{15} = 21 + \frac{5}{15}$, czyli: $\frac{1}{3}$, czyli łoty te obracaiąc na grzywny przez 16, będzie: $= 1 + \frac{1}{3}$, gdyż $\frac{21}{16} = 1$, a pozostałe 5 zredukowawszy do przyległey frakcyi $\frac{1}{3}$, będzie: $\frac{16}{3}$, ktorą przez też 16 dzieląc, będzie: $\frac{1}{16} \times \frac{16}{3} = \frac{16}{48} = \frac{1}{3}$. C. B. D. R.

2. Daymy, że na robienie stołowych naczyń dał kto srebra 13 proby, ktorego ciężkość do ciężkości wody iest: iak 10 do 1, pospolitych grzywien 50, ktore zrobione straciły wagi swoiey w wodzie grzywien $5 + \frac{4}{10}$, a stracić nie powinny były tylko 5 spełna. Pytam, ile w tey robocie do srebra danego przymieszano miedzi, i iakiey proby stało się w niey srebro?

REZOLUCYA.

Pierwszey części. Pomiar pierwszy: $x+y=50$, czyli: $x=50-y$.

Drugi: $\frac{x}{10}+\frac{y}{8}=5+\frac{4}{10}=\frac{54}{10}$.

Gubiąc frakcye: $x+\frac{10y}{8}=54$, czyli: $8x+10y=432$. Zakładaiąc cenę x, będzie: $400-8y+10y=432$, czyli: $2y=32$, czyli: $y=\frac{32}{2}=16$. Więc $x=50-y=50-16=34$. Do 34 więc grzywien danego srebra przymieszał Złotnik 16 grzywien miedzi, tyleż z danego srebra ukradłszy. Doświadczenie. Wszakże $1.\frac{1}{10}\ ::\ 34.\frac{34}{10}$; potym: $1.\frac{1}{8}\ ::\ 16.\frac{16}{8}$; A że $\frac{34}{10}+\frac{16}{8}=5+\frac{4}{10}$. Więc dobrze się rezolwowało. C. B. D. R.

REZOLUCYA

Drugiey części. Ponieważ dane do roboty srebro było 13 proby, więc, gdy przez Rezolucyą pierwszą pokazało się w tey robocie 34 tylko srebra grzywien, grzywny te rozumieć się maią teyże samey proby, to iest 13, ktora była w danym srebrze do roboty, z ktorego ukradłszy Złotnik grzywien 16, a natomiast 16 miedzi przymieszawszy, uczynił dane srebro nierownie podleyszym i proby daleko niższey, ktorą chcąc wynaleść, potrzeba 34 grzywien na łoty obrocić, będzie więc $34 \times 16 = 544$, a te podzielić przez 50, Wieloraz $10 + \frac{44}{50}$, czyli: $+ \frac{22}{25}$ pokaże srebra w robocie probę 10 z 16 blisko gran. Co tak okazuię. Jeżeli każda w tey robocie grzywna iest proby $10 + \frac{22}{25}$, toć każda ma w sobie łotow $10 + \frac{22}{25}$, czyli i gran. blisko 16 danego srebra proby 13, a resztę miedzi, to iest: łotow $5 + \frac{3}{25}$, czyli i gran. przeszło 2. A że w tey robo-

cie

cie ieſt grzywien 50, więc $5+\frac{3}{25}\times 50=$ $250+\frac{150}{25}=250+6=256$ łotow, czyli: $\frac{256}{16}=16$ grzywien miedzi w robocie odkrytych. C. B. D. R.

3. Daymy, że do roboty dano srebra czyſtego 12 uncyi pospolitych, a robota ważona w wodzie ſtraciła wagi swoiey uncyą $1+\frac{1}{8}$. Pytam, ile do danego srebra przymieszaney miedzi, i iaka proba srebra w tey robocie?

REZOLUCYA

Pierwszey części. Pomiar pierwszy: $x+y=12$, czyli: $x=12-y$.

Drugi: $\frac{x}{11}+\frac{y}{8}=1+\frac{1}{8}=\frac{9}{8}$.

Gubiąc frakcye: $x+\frac{11y}{8}=\frac{99}{8}$, czyli: $8x+11y=99$. Zakładaiąc cenę x, będzie: $96-8y+11y=99$, czyli: $3y=3$, czyli: $y=$

$\frac{3}{3} = 1$. Więc $x = 12 - y = 12 - 1 = 11$.

Doświadczenie: Wszakże: $1.\frac{1}{11} :: 11.\frac{11}{11} = 1$, tudzież: $1.\frac{1}{8} :: 1.\frac{1}{8}$. A że $1 + \frac{1}{8}$, ieſt to ſtrata wagi w wodzie roboty. Więc &c.

REZOLUCYA.

Drugiey części. Ponieważ czyſtego srebra w tey robocie pokazało ſię uncyi 11, więc obrociwszy uncye te na łoty, będzie: $11 \times 2 = 22$, a te łoty przez 12 uncyi danych do roboty obrocone na części grzywny, to ieſt: na $\frac{12}{8}$, czyli na $\frac{3}{2}$, podzieliwszy więc 22 przez $\frac{3}{2}$, będzie: $\frac{2}{3} \times \frac{22}{1} = \frac{44}{3} = 14 + \frac{2}{3}$, to ieſt: srebra w robocie wzmiankowaney proba 14 z 12 gran. Wszakże, ie-

żeli srebro to 14 proby z $\frac{2}{3}$, więc grzywna zawiera w sobie łotow srebra $14+\frac{2}{3}$, a miedzi $1+\frac{1}{3}$. A że w tey robocie iest uncyi 12, czyli: $\frac{3}{2}$ grzywny, więc łot $1+\frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{4}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{6} = 2$ łotom, czyli uncyi 1 miedzi, ktora przymieszana. C. B. D. R.

4. Daymy, że kto daie 15 łotow srebra 14 proby do roboty, ktora w wodzie traci wagi swoiey łot $1+\frac{5}{8}$. Pytam, ile łotow miedzi do srebra w tey robocie przymieszanych, i iaka proba srebra?

REZOLUCYA.

Pierwszey części. Pomiar pierwszy: $x+y=15$, czyli: $x=15-y$.

Drugi: $\frac{x}{10} + \frac{y}{8} = 1 + \frac{5}{8}$, czyli: $\frac{13}{8}$. Gubiąc frakcye: $x + \frac{10y}{8} = \frac{130}{8}$, czyli: $8x + 10y = 130$. Zakładaiąc cenę x, $120 - 8y + 10y = 130$, czyli: $2y = 10$, czyli: $y = \frac{10}{2} = 5$. Więc $x = 15 - y = 15 - 5 = 10$. Przymieszka więc miedzi iest 5 łotow do 10 srebra. Wszakże: $1.\ \frac{1}{10} :: 10.\ \frac{10}{10} = 1$, tudzież: $1.\ \frac{1}{8} :: 5.\ \frac{5}{8}$. A że $1 + \frac{5}{8}$, iest to strata wagi w wodzie roboty. Więc i t. d.

REZOLUCYA.

Drugiey części. Przez Rezolucyą części pierwszey pokazało się w tey robocie srebra danego 14 proby 10 tylko łotow, więc łoty te dzieląc przez dane do roboty łoty, to iest: przez 15, na części grzywny obrocone (co zawsze w podobnych Rezolucyach zachować

się

ſię ma) czyli przez $\frac{15}{16}$, będzie: $\frac{16}{15} \times \frac{10}{1}$ $= \frac{160}{15} = 10 + \frac{10}{15}$, czyli: $+\frac{2}{3}$, czyli proba srebra w teyże robocie 10 z 12 gran. Wszakże, ieżeli grzywna takiego srebra ieſt 10 proby z $\frac{2}{3}$, toć ma w sobie srebra danego łotow $10 + \frac{2}{3}$, a miedzi resztę, to ieſt: łotow $5 + \frac{1}{3}$. A że robota ta waży łotow 15 czyli $\frac{15}{16}$, więc $5 + \frac{1}{3} \times \frac{15}{16}$ czyli: $\frac{16}{3} \times \frac{15}{16} = \frac{240}{48} = 5$ łotow miedzi odkrytey w robocie. Więc i t. d.

5 Daymy, że dał kto na robienie naczyń srebra 12 proby grzywien 30, ktore zrobione i na kamieniu Probierſkim doświadczane, pokazały tęż samę prawie probę srebra, to ieſt: 12, lecz zważone w wodzie, więcey ſtraciły wagi swoiey, niż powinny.

Stra-

Straciły bowiem grzywien $3+\frac{2}{5}$, a nie powinny były ſtracić tylko 3 spełna, ztąd poznana przymieszka moſiądzu. Pytam, iak znaczna była ta przymieszka, i iaką probę srebra uczyniła?

REZOLUCYA.

Pierwszey części. Pomiar pierwszy: $x+y=30$, czyli: $x=30-y$.

Drugi zaś, ponieważ moſiądz nie rożni ſię ſię iſtotnie od miedzi, gdyż ieſt miedzią z pewną glinką dla glancu zmieszaną i przeczyszczoną, zatym ciężkość moſiądzu iak i miedzi do ciężkości wody ieſt iak 8 do 1, przeto będzie: $\frac{x}{10}+\frac{y}{8}=3+\frac{2}{5}=\frac{17}{5}$, czyli gubiąc frakcye: $x+\frac{10y}{8}=\frac{170}{5}=34$. Czyli: $8x+10y=272$. Zakładaiąc zaś cenę x, $240-8y+10y=272$, czyli: $2y=32$, czyli: $y=\frac{32}{2}=16$, Więc $x=30-y=30-16=14$. Prawdziwie Zydowſka przymieszka, gdyż do 14 grzywien srebra,

bra, 16 moſiądzu przymieszanych. Wszakże : 1. $\frac{1}{10}$: : 14. $\frac{14}{10} = 1 + \frac{4}{01} = 1 + \frac{2}{5}$; tudzież : 1. $\frac{1}{8}$: : 16. $\frac{16}{8} = 2$. A że $2 + 1 + \frac{2}{5} = 3 + \frac{2}{5}$ ſtracie wagi w wodzie roboty. Więc i t. d.

REZOLUCYA

Drugiey części. Ponieważ do 14 grzywien srebra, 16 moſiądzu przymieszał Złotnik, więc te grzywny nierownie podłeysze być muszą od danych do roboty proby 12 grzywien, ktorey szukaiąc, obroć 14 grzywien na łoty, będzie $14 \times 16 = 224$, a te podzieliwszy przez 30 grzywien danych do roboty, Wieloraz $7 + \frac{14}{30}$, czyli : $\frac{7}{15}$ pokaże probę srebra w robocie 7, z 8 przeszło gran. Wszakże ieżeli grzywna srebra tey ieſt proby, toć ma w sobie srebra danego łotow $7 + \frac{7}{15}$, a resztę, to ieſt : $8 + \frac{8}{15}$ moſiądzu, a że takich tu grzywien ieſt 30, więc 8

+—

$$+\frac{8}{15}\times 30 = 240 + \frac{240}{15} = 256 \text{ łotow},$$

czyli : $\frac{256}{16} = 16$ grzywien mośiądzu, iako śię w robocie odkryło. C. B. D. R.

REZOLUCYA
Ogulna tych wszystkich przymieszek.

Niech będzie robota Złotnicza iakieykolwiek wagi $=a$, strata zaś w wodzie wagi teyże roboty $=b$. Gdy więc robota ta nie tyle traci wagi swoiey w wodzie, ile kruszec dany na nią w proporcyi ciężkości swoiey do ciężkości wody tracić powinien, znak iest przymieszanego podleyszego kruszca do danego; niech więc pierwszego kruszca strata wagi w wodzie będzie $= c$, drugiego zaś $=d$. Ilkość na koniec pierwszego kruszca w robocie niewiadoma $=x$, drugiego $=y$. Wypadnie pomiar pierwszy $x+y=a$, czyli: $x=a-y$.

Ze zaś kruszcow tych zmieszanych strata wagi w wodzie rowna być powinna stracie wagi w teyże wodzie samey roboty, więc zrownawszy tamte dwie straty z tą trzecią, wypadnie drugi pomiar. Lecz że pierwsze owe dwie straty są niewiadome, wynaleść ie trzeba przez Regułę proporcyi: iak śię ma 1,

to

(to ieſt : funt , grzywna , uncya , łot i t. d. , pierwszego kruszca do roboty danego) do c , czyli ſtraty wagi swoiey w wodzie , tak ſię ma x , czyli ilkość tegoż kruszca w robocie niewiadoma do ſtraty swoiey w wodzie , będzie ta $=cx$; potym , iak ſię ma 1 do d , tak y do swoiey ſtraty , a ta będzie $=dy$, a zatym drugi pomiar będzie : $cx+dy=b$; zakładaiąc zaś cenę x za cx , będzie : $ac-cy+dy=b$, czyli przenosząc : $dy-cy=b-ac$, czyli dzieląc przez $d-c$: $y=\frac{b-ac}{d-c}$. A ten oſtatni pomiar z pierwszego ceną $x=a-y$, ieſt ogulnym prawidłem , za ktorego pomocą z wielką łatwością rezolwować ſię mogą Zagadnienia o doświadczeniu przymieszek kruszcowych dotąd rezolwowane , i tym podobne. Obaczmy to w kilku przykładach wyżey przytoczonych.

I. Tak np. ſtosuiąc to prawidło do 1 przykładu przymieszek srebra do złota , będzie : $a=6$, $b=\frac{1}{3}$, $c=\frac{1}{19}$, $d=\frac{1}{10}$,

a zatym , $y=\frac{b-ac}{d-c}=\frac{\frac{1}{3}-6\times\frac{1}{19}}{\frac{1}{10}-\frac{1}{19}}$

czy-

czyli : $= \dfrac{\dfrac{1}{3} - \dfrac{6}{19}}{\dfrac{1}{10} - \dfrac{1}{19}}$, czyli obróciwszy frakcye do iednego Mianownika $= \dfrac{\dfrac{19 - 18}{57}}{\dfrac{19 - 10}{190}}$,

czyli : $= \dfrac{\dfrac{1}{57}}{\dfrac{9}{190}}$, czyli : podzieliwszy $=$

$\dfrac{190}{9} \times \dfrac{1}{57} = \dfrac{190}{513}$, czyli : zredukowawszy na terminy mnieysze przez 19, $= \dfrac{10}{27}$, tak, iak wyżey w Rezolucyi szczegulney i t. d.

II. Stosuiąc toż prawidło do przykładu I przymieszek miedzi do złota, będzie : a $=$

7,

7, $b = \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{19}$, $d = \frac{1}{8}$, a zatym $y =$

$$\frac{b - ac}{d - c}, \text{ będzie } = \frac{\frac{1}{2} - 7 \times \frac{1}{19}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{19}} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{7}{19}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{19}} = \frac{\frac{19-14}{38}}{\frac{19-8}{152}} = \frac{\frac{5}{38}}{\frac{11}{152}} =$$

$$\frac{152}{11} \times \frac{5}{38} = \frac{760}{418} = 1 + \frac{342}{418}, \text{ czy-}$$

li: zredukowawszy przez 38 $= 1 + \frac{9}{11}$, tak, iak wyżey w Rezolucyi szczegulney i tam daley.

III. Stosuiąc toż prawidło do przykładu 1 przymieszek miedzi do srebra, będzie:

$a = 5$, $b = \frac{1}{2}$, $c = \frac{1}{11}$ $d = \frac{1}{8}$, a za-

$$\text{tym } y = \frac{b - ac}{d - c}\text{, będzie: } = \frac{\frac{1}{2} - 5 \times \frac{1}{11}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{11}}$$

$$= \frac{\frac{1}{2} - \frac{5}{11}}{\frac{1}{8} - \frac{1}{11}} = \frac{\frac{11-10}{22}}{\frac{11-8}{88}} = \frac{\frac{1}{22}}{\frac{3}{88}} =$$

$$\frac{88}{3} \times \frac{1}{22} = \frac{88}{66} = 1 + \frac{22}{66} = 1 + \frac{1}{3}$$

tak, iak wyżey w Rezolucyi szczegulney, i tam daley.

PRZYKŁADY.

Przymieszek ołowiu do cyny.

1. DAł kto do robienia naczyń stołowych cyny Angielskiey funtow 9, ktore zrobione, i w wodzie ważone, straciły wagi swoiey funt $1 + \frac{1}{11}$, a stracić miały więcey,

to ieſt: $1 + \frac{2}{7}$, gdyż: $1. \frac{1}{7} :: 9. \frac{9}{7} = 1 + \frac{2}{7}$. Co znakiem ieſt przymieszki ołowiu do cyny.

Dla tego bowiem mniey ta robota wagi swoiey ſtraciła w wodzie, że do lekszego cięższy kruszec przymieszany. Pytam więc, w iakiey ilkości przymieszany?

REZOLUCYA

Niewiadome funty cyny $= x$, ołowiu $= y$. Pomiar pierwszy: $x + y = 9$, czyli: $x = 9 - y$.

Drugi: Ponieważ ciężkość cyny do ciężkości wody ieſt iak 7 do 1, a ołowiu iak 11 do 1, będzie: $\frac{x}{7} + \frac{y}{11} = 1 + \frac{1}{11} = \frac{12}{11}$. Gubiąc zaś frakcye: $x + \frac{7y}{11} = \frac{84}{11}$, czyli: $11x + 7y = 84$. Zakładaiąc zaś za x cenę, będzie: $99 - 11y + 7y = 84$, czyli: $99 - 84 = 11y - 7y$, czyli: $15 =$

$4y$, czyli: $y = \frac{15}{4} = 3 + \frac{3}{4}$. Więc $x = 9 - y = 9 - 3 + \frac{3}{4} = 6 - \frac{3}{4} = 5 + \frac{4-3}{4} = 5 + \frac{1}{4}$. Wszakże: 1. $\frac{1}{7}$: : $5 + \frac{1}{4}$ (czyli: $\frac{21}{4}$) $\frac{21}{28}$; potym: 1. $\frac{1}{11}$: : $3 + \frac{3}{4}$ ($\frac{15}{4}$) $\frac{15}{44}$. A że $\frac{21}{28} + \frac{15}{44} = \frac{924+420}{1232} = \frac{1344}{1232} = 1 + \frac{112}{1232} = 1 + \frac{1}{11}$, ſtracie wagi w wodzie roboty, więc niepochybnie cyny było funtow $5 + \frac{1}{4}$, czyli i łotow 4, a ołowiu funtow $3 + \frac{3}{4}$, czyli i łotow 12. C. B. D. R.

2. Dał kto do robienia naczyń cyny czyſtey funtow 32, ktore zrobione i w wodzie ważone ſtraciły wagi swoiey funtow tyl-

ko

ko 4, a ſtracić miały funtow $4 + \frac{4}{7}$, gdyż $1 . \frac{1}{7} :: 32 . \frac{32}{7} = 4 + \frac{4}{7}$; muſi więc być w nich przymieszka ołowiu. Pytam, iak wielka?

REZOLUCYA.

Niewiadome funty cyny $= x$, ołowiu $= y$. Pomiar pierwszy: $x + y = 32$, czyli: $x = 32 - y$.

Drugi: $\frac{x}{7} + \frac{y}{11} = 4$. Gubiąc frakcye: $x + \frac{7y}{11} = 28$, czyli: $11x + 7y = 308$. Zakładaiąc cenę x: $352 - 11y + 7y = 308$, czyli: $44 = 4y$, czyli: $y = \frac{44}{4} = 11$. Więc $x = 32 - y = 32 - 11 = 21$. Wszakże: $1 . \frac{1}{7} :: 21 . \frac{21}{7} = 3$; tudzież: $1 . \frac{1}{11} :: 11 . \frac{11}{11} = 1$. A że $3 + 1 =$

4 ſtracie wagi w wodzie roboty, więc było w niey 21 funtow cyny, a 11 ołowiu. C. B. D. R.

REZOLUCYA

OGulna Zagadnieniow o przymieszkach ołowiu do cyny może być za pomocą poprzedzaiącego prawidła, $y = \frac{b - ac}{d - c}$, wspak go obrociwszy, czyli: na mieyscu pierwszych terminow drugie położywszy, a na mieyscu drugich pierwsze tak, żeby odciążne dodatnemi, a dodatne odciążnemi ſię ſtały, z przyczyny mnieyszey ſtraty wagi w wodzie ołowiu niż cyny, żeby zatym było: $y = \frac{ac - b}{c - d}$. Tak przyſtosowawszy to prawidło do przykładu 1, będzie: $a = 9$, $b = 1 + \frac{1}{11}$, czyli: $\frac{12}{11}$, $c = \frac{1}{7}$, $d = \frac{1}{11}$, a zatym $y =$

$$\frac{ac-b}{c-d} = \frac{9\times\frac{1}{7}-\frac{12}{11}}{\frac{1}{7}-\frac{1}{11}} = \frac{\frac{9}{7}-\frac{12}{11}}{\frac{1}{7}-\frac{1}{11}}$$

$$= \frac{\frac{99-84}{77}}{\frac{11-7}{77}} = \frac{\frac{15}{77}}{\frac{4}{77}} = \frac{77}{4}\times\frac{15}{77} =$$

$\frac{1155}{308} = 3+\frac{231}{308}$, czyli (zredukowawszy przez 77) $+\frac{3}{4}$, tak, iak wyżey w Rezolucyi szczegulney. Tak też przystosowawszy do Przykładu 2, będzie $a=32$, $b=4$, $c=\frac{1}{7}$, $d=\frac{1}{11}$, a zatym : $y=$

$$\frac{ac-b}{c-d} = \frac{32\times\frac{1}{7}-4}{\frac{1}{7}-\frac{1}{11}} = \frac{\frac{32}{7}-4}{\frac{1}{7}-\frac{1}{11}} =$$

$$= \frac{\frac{32 - 28}{7}}{\frac{11 - 7}{77}} = \frac{\frac{4}{7}}{\frac{4}{77}} = \frac{77}{4} \times \frac{4}{7}$$

$$= \frac{308}{28} = 11$$ tak, iak wyżey i tam daley.

Przeſtroga. We wszyſtkich tych szczegulnych i ogulnych Rezolucyach pomnieć należy o owych częściach kruszcow, ktore odchodzą w ogniu i giną w robocie, żeby ie odciągnąć od ilkości przednieyszego kruszca do roboty danego, a przydać do ilkości przymieszaney podleyszego kruszca, podług nauki pod Zadaniem 4 w punkcie III. daney. Tak np. w 5 Przykładzie przymieszek miedzi do srebra, z danych 30 grzywien srebra 12 proby, 14 tylko grzywien z przymieszką 16 miedzi w robocie pokazało ſię. Może ſię Złotnik na ſtratę srebra w ogniu odwoływać, ale możeż ſtrata ta być tak wielka? Wiemy, że w robocie srebra odchodzi $\frac{1}{2}$ od 100 grzywien, iakże od 30 odeyść mogło 16? Prawda, że to srebro nie było czyſte, bo proby 12, więc każda tego srebra grzywna miała w sobie czyſtego srebra 12 łotow, a 4 mie-

dzi,

dzi, więc w 30 grzywnach takiego srebra, było srebra czyſtego łotow $12 \times 30 = 360$, czyli: grzywien $\frac{360}{16} = 22 + \frac{8}{16}$, czyli: $\frac{1}{2}$. Więc ieżeli od 100 grzywien odchodzi $\frac{1}{2}$, ileż odeydzie od $22 + \frac{1}{2}$, czyli: od $\frac{45}{2}$? Oto $\frac{45}{400} = \frac{9}{80}$, to ieſt: przeszło 3 łoty; lecz daymy, niech i drugie trzy łoty, niech całe $\frac{8}{16}$, to ieſt: połgrzywny odeszło, więc w robocie przynaymniey spełna 22 grzywien czyſtego srebra, albo danego proby 12 grzywien 29 z okładem zoſtać powinno, a tak ściśle rzeczy biorąc, od 30 grzywien danego do roboty srebra, dla przerzeczoney ſtraty nie należałoby odciągać, procz wzmiankowanych kilku łotow, a reszty ſtraty u Złotnika poszukiwać, i t. d.

ZADANIE V.

Jak ſię na pomiary obracaią i rezolwuią Zagadnienia proſte określone, w ktorych rownie między ilkościami względy czyli proporcye zachodzą?

ROzumiem, że Uczący ſię Algebry zaſiągnęli wiadomości o proporcyach z Arytmetyki. Wiedzą tedy, że proporcya czyli wzaiemny i rowny iednych ilkości do drugich wzgląd, inny ieſt Arytmetyczny, a inny Geometryczny. Arytmetyczny ieſt, kiedy uważa ſię w ilkościach rownowzględnych przewyżka iednego terminu nad drugi. Geometryczny zaś, kiedy ſię uważa umieszczenie, czyli wielokrotne zamknięcie iednego terminu w drugim. Wiedzą zatym i to, że w proporcyi Arytmetyczney z czterech terminow złożoney, summa pierwszego i oſtatniego terminow, wyrownywa summie drugiego i trzeciego. W proporcyi zaś Geometryczney czterech terminow, produkt pierwszego i oſtatniego rowna ſię produktowi obydwoch śrzednich. A ztąd łatwo wnieść mogą, iak ſię Zagadnienie, w ktorym ſię Arytmetycznie lub Geometrycznie rownowzględne trafią terminy, na pomiary obraca.

Oto nayprzod: Gdy summę terminow Arytmetycznie rownowzględnych pierwszego i oſtatniego zrownasz z summą drugiego i trze-

trzeciego, proporcyą Arytmetyczną w pomiar Algebraiczny zamienisz.

Powtore : Gdy produkt terminow Geometrycznie rownowzględnych pierwszego i ostatniego zrownasz z produktem drugiego i trzeciego, będziesz miał proporcyą Geometryczną w Algebraiczny pomiar zamienioną. Takie maiąc pomiary, czynić z niemi to wszystko będziesz, co się podług danych Przepisow wyżey czyniło dotąd z inszemi, a ułatwisz i rozwiążesz Problema.

PRZYKŁADY.

W ktorych się Geometryczna proporcya na pomiary obraca.

ZAGADNIENIE I.

SOkrates spytany, ktoraby była ranna godzina? Godziny, odpowie, od połnocy upłynione do godzin do południa pozostałych tak się maią, iak 2 do 3. Pytam, ktoraby była godzina zapytana?

REZOLUCYA. I.

Upłynione od połnocy godziny nazywam x, pozostałe więc do południa będą 12—x. Będą zatym cztery terminy Geometrycznie rownowzględne : x.12—x : : 2. 3. to iest:

tak

tak się maią godziny niewiadome od połnocy upłynione x, do godzin do południa pozostałych 12—x, iak 2 do 3. A przeto produkt pierwszego i ostatniego z produktem drugiego i trzeciego, zrownany uczynią pomiar następuiący: - $3x = 24 - 2x$.

Przenosząc: $5x = 24$

$$\text{Dzieląc: } x = \frac{24}{5} = 4\frac{4}{5}.$$

Była więc godzina ranna 4 i minuta 48. Jakoż: 4+48. 7+12 : : 2. 3. to iest: tak się maią godzin 4 i minut 48 do godzin 7 i minut 12 iak 2 do 3. Albowiem zredukowawszy godziny na minuuty będą 4 terminy proporcyonalne: 288. 432 : : 2. 3. gdyż $288 \times 3 = 864$, $432 \times 2 = 864$. C. B. D. R.

REZOLUCYA II.

Można to Problema przez terminy ogulne rezolwować. Niech będą godziny od połnocy upłynione $= x$ pozostałe zaś do południa $= a$, będzie reszta godzin do południa $= a - x$, proporcya zaś godzin upłynionych do pozostałych niech będzie iak n do m, wypadną terminy proporcyonalne: x. a—x : : n. m.

A z nich pomiar: $mx = na - nx$.

Przenosząc niewiadomą do niewiadomey, będzie: $mx + nx = na$.

Dzie-

Dzieląc przez m+n będzie: $x = \frac{na}{m+n}$.

Daymy, że $n=2$, $m=3$, $a=12$, będzie: $x = \frac{24}{5} = 4 + \frac{4}{5} =$ godzinom 4, minutom 48. Albo daymy, że: $n=5$, $m=1$, $a=12$, będzie: $x = \frac{60}{6} = 10$. Będzie zatym godzina 10 ranna. Czego doświadczyć można tym sposobem, ktorym Rezolucyi pierwszey.

ZAGADNIENIE II.

Chart za zaiącem goni, i ieden od drugiego na 100 krokow ieſt daleki, szypkość zaś charta, do szypkości zaiąca ieſt, iak 3 do 2. Pytam, po wielu krokach chart dogoni zaiąca?

REZOLUCYA.

Nim chart ubieży 100 krokow, za ktore biorę a, zaiąc tym czasem iakieś także ubieży kroki, nazywam x, będą zatym kroki, ktore ma chart ubiec $= a + x$. A zatym cztery wypadną rownowzględne terminy:

a+

$a+x. \ x :: 3. \ 2.$ ktorych produkta uczynią następuiący pomiar: $2a+2x=3x.$

Przekładaiąc: $2a=3x-2x.$

Odciągaiąc: $2a=x=200.$

Więc zaiąc ubieży krokow 200, toć charta kroki: $a+x=300.$

Po tylu więc krokach dogoni chart zaiąca. Albowiem $300. \ 200 :: 3. \ 2.$ C. B. D. R.

ZAGADNIENIE III.

ZEgarmiſtrz robić maiąc Zegarek z dwoma indexami, iednym godzinnym, a drugim minutowym takim, żeby gdy index godzinny na iednę ſię usunie godzinę index tymczasem minutowy dwonaſtogodzinny obwod obiegł, a zatym dwanaście razy prędzey ſię obracał, chcę wiedzieć w ktorych punktach dwa te indexy zeydą ſię, i proſi Algebryſty, aby ie wyznaczył. Pytam, iak ie można wynaleść, i wyznaczyć?

REZOLUCYA.

Daymy, że obydwa te indexy uſtanowione są na godzinie 12. Gdy więc obrot swoy zaczną, nim index godzinny przyidzie do godziny do południa pierwszey, index minutowy powinien okrążywszy cały obwod, powrocić do godziny znowu 12, i na niey ſtanąć. Niechże index minutowy przed złączeniem ſię z indexem godzinnym obieży przeciąg

ciąg obwodu x, więc index godzinny obiegłszy przeciąg iednogodzinny, to iest: przeciąg godziny pierwszey, w rzeczy samey ubieży: $x - 1$. Ze zaś minutowy index dwanaście razy prędzey za godzinny obraca się, obrot iego do obrotu drugiego będzie iak 12 do 1. Wypadną więc 4 rownowzględne terminy: $x . x - 1 :: 12 . 1$.

A ztąd pomiar: $x = 12x - 12$.

Przekładaiąc: $12 = 12x - x$.

Odciągaiąc: $12 = 11x$.

Dzieląc przez 11: $x = \frac{12}{11}$.

Czyli: $x = 1 + \frac{1}{11}$;

x zaś iest obieg indexa minutowego, więc obieg indexa godzinnego $x - 1$ będzie: $= \frac{1}{11}$. A zatym index minutowy złączy się z ndexem godzinnym, kiedy ten po godzinie i pierwszey, drugiey godziny część $\frac{1}{11}$ ubieży, i to pierwszy punkt iest, w ktorym indexy obydwa pierwszy raz zeydą się. A ztąd łatwo innych punktow, w ktorych łączyć się będą doyść można. Jeżeli bowiem indexy te będąc razem złączone na godzinie 12, znowu

wu się złączyły po godzinie 1 i $\frac{1}{11}$, toć i powtore złączą się po tymże upłynionym czasie, to iest: po godzinie 1 i $\frac{1}{11}$, a zatym drugi raz złączą się po godzinie 2 i $\frac{2}{11}$, trzeci raz po godzinie 3 i $\frac{3}{11}$ i tak daley, na koniec staną obydwa na godzinie 11 i $\frac{11}{11}$ czyli na godzinie 12. C. B. D. R.

Masz tego wizerunek następuiący.

$I + \frac{1}{11}\ II + \frac{2}{11}\ III + \frac{3}{11}\ IV + \frac{4}{11}\ V + \frac{5}{11}\ VI + \frac{6}{11}$
$VII + \frac{7}{11}\ VIII + \frac{8}{11}\ IX + \frac{9}{11}\ X + \frac{10}{11}\ XI + \frac{11}{11}$
$= XII.$

Tym samym sposobem odkryć i wyznaczyć można punkta czyli mieysca, w ktorych się Planety iedne z drugiemi np. Xiężyc z Słońcem, albo raczey z ziemią schodzą, lub łączą, byle ten, ktory tę rachubę przedsiębierze, miał sobie wiadomy każdey w szczególności Planety obrot, to iest: liczbę lat, mie-

mieſięcy, tygodniow i t. d., w przeciągu ktorych, każda z nich cały okręgu swego obieg odprawuie, ktorey wiadomości zaſięgnąć trzeba z Fizyki szczegulney i Aſtronomii.

ZAGADNIENIE IV.

TRzeciemu podobne. Bywaią zegarki z troiſtemi indexami, iednym godzinnym, drugim pierwszominutowym,, a trzecim drugominutowym. Wszyſtkie wprawdzie trzy razem od iednego punktu np. od godziny 12, obrot swoy zaczynaią, ale wnet iedne drugich wyprzedzą, gdyż pierwszominutowy poydzie sześćdzieſiąt razy prędzey niż godzinny, a drugominutowy sześćdzieſiąt razy prędzey niż pierwszominutowy. Pytam więc w ktorym punkcie obrotu swego indexy minutowe z sobą ſię zeydą?

REZOLUCYA.

Ponieważ index drugominutowy w przeciągu iedney pierwszey minuty cały swoy obrot odprawuie, więc po tey minucie powroci do punktu godziny dwunaſtey, od ktorey obrot swoy zaczął, a tymczasem index pierwszominutowy pomknie ſię na iednę minutę od godziny dwunaſtey ku pierwszey. Punkt więc w ktorym ſię obydwa znowu razem zeydą, niech będzie x, że zaś pierwszominutowy, od drugominutowego na minutę iednę ieſt pom-

pomknięty, będzie pierwszego od godziny dwunastey odległość $=x+1$, drugiego zaś $x-1$, a że drugominutowy sześćdziesiąt razy prędzey bieży od pierwszominutowego, będzie bieg tego do biegu tamtego, iak 60 do 1, a zatym wypadną 4 terminy rownowzględne: $x. x-1 :: 60. 1.$

A ztąd pomiar: $x=60x-60$.

Czyli: $60=60x-x=59x$.

Czyli: $x=\frac{60}{59}=1+\frac{1}{59}$.

Zeydą się tedy dwa te indexy po godzinie dwunastey minucie pierwszey przy końcu iedney pięćdziesiątey dziewiątey części minuty drugiey. Czego nie trudno dowieść, gdyż obydwa te indexy w rowney od godziny dwunastey odległości zeyść się powinny; a że odległość indexu pierwszominutowego $=1+\frac{1}{59}$, odległość także drugominutowego sześćdziesiąt razy prędzey idącego $=60x$, czyli zakładaiąc za x cenę iego wynalezioną, to iest: $\frac{1}{59}$, a podłożywszy 1 pod 60, iest $\frac{60}{1}\times\frac{1}{59}=\frac{60}{59}=1+\frac{1}{59}$, więc odległość przerzeczona iest rowna. C. B. D. R.

ZA-

ZAGADNIENIE V.

NA wzor dwoch poprzedzaiących Problematow wiele innych podobnych można rezolwować. Tak np. rezolwować się może Zagadnienie Zenona Filozofa wyżey solwowane (Zagad. 22) Daymy albowiem, że Achilles sto razy prędzey bieży od żołwia na milę odległego, będzie nayprzod droga, ktorą odprawi żołw tymczasem, nim go Achilles sto razy prędzey dogoni $=x$, powtore: droga Achillesa $=x+1$.

Ze zaś szypkość Achillesa do szypkości żołwia ma się iak 100 do 1, więc 4 termi-ny Geometrycznie proporcyonalne będą: $x+1 . x. :: 100 . 1$. Odmieniaiąc proporcyą na pomiar, będzie: $100x=x+1$.

Czyli: $100x-x=1$.

Czyli: $99x=1$.

Czyli: $x=\frac{1}{99}$.

Więc nim Achilles dogoni żołwia, żołw $\frac{1}{99}$ drugiey mili ulezie, a zatym zeydą się za milę 1 i $\frac{1}{99}$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VI.

DO kopania kanału, lub szlamowania stawu trzy się grabarzow kompanie ofiaruią. Pier-

Pierwsza obiecuie dzieło to zakończyć w przeciągu 20 Miesięcy, druga w przeciągu Miesięcy 15, a trzecia w przeciągu Miesięcy 12. Pan do tey roboty wszystkich trzech razem Grabarskich owych kompanii chce użyć, spodziewaiąc się, że każda z nich słowu dotrzymuiąc, przyśpieszać roboty będzie tak, iak gdyby każda z osobna w przyrzeczonym czasie miała ią skonczyć. Pyta zatym w iakim czasie przedsięwzięte dzieło od troistych Grabarzow będzie zakończone?

REZOLUCYA

Nazwiymy kopanie to, albo szlamowanie c; z warunkow Zagadnienia, oczywiście się pokazuie, iż w przeciągu iednego Miesięca, pierwsza kompania Grabarzow zrobi dwudziestą część przerzeczonego dzieła, gdyż całego dzieła dokończyć obiecywała w przeciągu 20 Miesięcy, druga zaś zrobi 15 część, a trzecia część 12, a zatym część wykopanego kanału, albo stawu wyszlamowanego przez Miesiąc 1 będzie: $= \frac{c}{20} + \frac{c}{15} + \frac{c}{12}$ czyli zredukowawszy frakcye te do iednego Mianownika, i dodawszy ie, będzie: $= \frac{12c}{60} = \frac{c}{5}$. Piąta tedy część owey ro-

boty za Miesiąc ieden od trzech Grabarskich kompanii będzie zakończona. To maiąc użyć trzeba Regułę proporcyi: $\frac{c}{5}$, czyli 5 część kanału do roboty wyciąga 1 Miesiąca, iakiegoż czasu wyciągać będzie całego kanału wyrobienie $=c$, będzie: $\frac{c}{5} . 1 :: c . x$.

Czyli mnożąc termin drugi przez trzeci, będzie produkt $=1c$, czyli c, a dzieląc przez pierwszy, będzie: $\frac{5c}{c} = 5$. Będzie tedy: $x = 5$. Za 5 więc Miesięcy dzieło całe skończone będzie. Albowiem przez 5 Miesięcy kompania pierwsza zrobi $\frac{1}{4}$, gdyż 5 iest czwartą częścią liczby 20. Kompania zaś druga zrobi $\frac{1}{3}$, gdyż 5 iest trzecią częścią 15. Kompania na koniec trzecia zrobi $\frac{5}{12}$, gdyż ieden Miesiąc będąc $\frac{1}{12}$, Miesięcy 5 muszą być $\frac{5}{12}$, a zatym roboty tey części ra-

razem wszystkie wzięte $\frac{1}{4} + \frac{1}{3} + \frac{5}{12}$ wyrownaią całemu dziełu. O czym łatwo się każdy przeświadczy, gdy te frakcye do Mianownika 12 zredukuie. Zredukowane bowiem, będą $= \frac{3}{12} + \frac{4}{12} + \frac{5}{12} = \frac{12}{12}$ czyli rowne całemu przedsięwziętemu dziełu c. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VII.

UBogi Student do Pana przyszedłszy, o wspomożenie prosi. Ten wyrozumiawszy z niego, iż się Matematyki uczy, mam, rzecze, u siebie Czerwonych Złotych Węgierskich w pięcioro więcey, niż Hollenderskich, przydawszy zaś do Węgierskich, ktore mam, ieszcze 4, a do Hollenderskich 6, Węgierskich iuż bym tylko we czworo miał więcey niż Hollenderskich, to iest: summa Czerwonych Złotych Węgierskich do summy Hollenderskich miałaby się iak 4 do 1. Jeżeli zgadniesz, ile iednych, i drugich mam, weźmiesz w nadgrodę Czerwony Złoty 1. Pytam iak to zgadnąć?

REZOLUCYA.

Summa Czerwonych Złotych Hollenderſkich niech będzie: x. Więc Węgierſkich 5x. A dodawszy do Węgierſkich 4, będzie: 5x+—3, do Hollenderſkich 6, będzie: x+—6. Poniewaź zaś tak pierwsze maią ſię do drugich, iak 4 do 1, będą zatym rownowzględne terminy: 5x+—4. x+—6 : : 4. 1

Obrociwszy na pomiar, będzie: 5x+—4 ==4x+—24.

Przekładaiąc: 5x—4x==24—4.

Odciągaiąc: x==20.

Hollenderſkich tedy miał 20, a zatym Węgierſkich 5x, to ieſt: 100. Dodawszy zaś do pierwszych 6, do drugich 4, będzie 104. 26 : : 4. 1. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VIII.

JEſt między inszemi w Wiedniu Kościoł S. Piotra kształtu okrągłego, ktorego śrzodkowa linia czyli dyameter zawiera w sobie ſtop 70. Pytam iaki tego Kościoła obwod czyli cyrumferencya, i iaka rozciągłość płaszczyzny, na ktorey ſtoi?

REZOLUCYA.

Tego Zagadnienia zależy od owey ſławney Geometryczney proporcyi, o doſkonałym wymierze koła czyli cyrkułu, z ktorey

zawołane owe między Matematykami, a dotąd ieszcze nieułatwione wyniknęło Zadanie, o przerobieniu koła na czworogran doſkonały, czyli cyrkułu na kwadrat. Było kilku w naszym wieku uczonych ludzi, ktorzy ſię z zupełnym Rezolucyi tych Zagad. wynalezieniem ogłoſili, lecz w ich wynalazkach zawsze iakąś odkryto wadę. Pracuiący iednak od dawnych czasow nad doyściem tey taiemnicy Matematycy, zgodzili ſię na taką obwodu kołowego do dyametru tegoż koła proporcyą, iaka ieſt 22 do 7. Zaczym obwod każdego koła trzy razy kładą większy od swego dyametru, z przydatkiem frakcyi $\frac{1}{7}$, gdyż $\frac{22}{7} = 3 + \frac{1}{7}$. Na znieſienie tey frakcyi niektorzy Ziemiomiernicy większemi daleko liczbami też proporcyą wyrażaią, kładąc obwod koła do dyametru iak 314 do 100, albo iak 3141 do 1000. Nigdy atoli w tych proporcyach obwodu do swego dyametru, bez frakcyi iakieyś nieobeydzie ſię, gdyż $\frac{314}{100} = 3 + \frac{14}{100}$, tudzież: $\frac{3141}{1000} = 3 + \frac{141}{1000}$. Lubo w praktyce żadnego nie ma ſię względu na tę

fra-

frakcyą, ktora głowę zawraca Ziemiomiernikom bezpraktycznym. Praktycznie chcąc obozu np., ſtawu, łąki, Koscioła, lub inney budowli, albo placu obwod, i całą rościągłość okrągłą znaleść, przeſtawać ſię zwykło na liczbach z odprawienia Reguły proporcyi, lub redukcyi pomiarow wypadłych.

Tak w danym Zagadnieniu, I szukaiąc obwodu, będzie iego rościągłość niewiadoma $=x$, a zatym podług tego, co ſię rzekło, będzie: pomiar : 7. 22 : : 70. x.

Czyli : $7x=1540$.

Czyli : $x=\frac{1540}{7}=220$.

To ieſt wymiar obwodu Koscioła rzeczonego. Albowiem 7. 22 : : 70. 220. gdyż iako $7\times220=1540$, tak $22\times70=1540$.

Położywszy zaś drugą proporcyą: 100. 314 : : 70. x, będzie: $100x=21980=$

$$x=\frac{21980}{100}=219+\frac{80}{100}.$$

Położywszy na koniec trzecią, będzie: 1000. 3141 : : 70. x, czyli: $1000x=219870$, czyli:

$$x=\frac{219870}{1000}=219+\frac{870}{1000},$$

mało rożniące ſię wymiary tegoż obwodu od pierwszego wymiaru 220, atoli do rzetelnego wymiaru bardziey ſię przybliżaiące.

2. Szukaiąc zaś wymiaru całey rozciągłości, czyli płaszczyzny, na ktorey ow Kościoł stoi, dosyć będzie znaleziony obwod $=220$ stopom przez połpromienia czyli czwartą część dyametru, to iest: przez $\frac{70}{4}$, czyli przez $17+\frac{2}{4}$ albo $\frac{1}{2}$, lub przeciwnie, poł obwodu znalezionego $\frac{220}{2}=110$ przez cały promień czyli poł dyameter $=\frac{70}{2}=35$ rozmnożyć, produkt: 3850 da wymiar szukany i t. d. C. B. D. R.

ZAGADNIENIA
O Defalkach Kupieckich i o Wexlach.

JEst zwyczay u Kupcow, że iedni drugim towary daią częstokroć na kredyt. Trafia się zatym, że interes Kupca wyciąga, aby towar, ktory miał brać na kredyt, zapłacił natychmiast, albo żeby umowiony termin wypłacenia uprzedził. A że kredyt zyskowny bywa dla dłużnika, czyli dla tego, ktory na kredyt co bierze, i rzeczby była cale niesłuszna i nierozsądna, żeby tenże dłużnik miał

się

ſię wyzuwać z własnego zyſku, przeto, gdy on przed terminem wypłaca towar na kredyt wzięty, Kredytor w tym razie dla wyliczoney przed czasem summy, zwykł z niey pewną kwotę wytrącać np. 10, mniey lub więcey od ſta, i to wytrącenie od summy rachunkowey nazywa ſię u Kupcow *Escompte*, czyli Defalkata. Ta defalkata Wierzyciela bynaymniey nie pokrzywdza. Bo ieżeli on w dawaniu towaru na kredyt poszukiwał swego zyſku, znaydzie tenże sam zyſk w gotowych pieniędzach, ktore choć z defalką, ale wcześnie odbiera, i zarabiać niemi może. Defalkaty więc w Kupiectwie są to duchy niby handel ożywiaiące, a zatym mieć potrzeba iakieś prawidła, ktoreby ie w obrębach sprawiedliwości utrzymowały, podług zadawnionych u rożnych handluiących Narodow zwyczaiow. Względem tak opisanych defalkat mogą ſię trafić rożne zapytania, ktore na wzor naſtępuiących mogą ſię rezolwować.

ZAGADNIENIE I.

KUpiec za 3850 talerow bitych towaru daie drugiemu Kupcowi na kredyt do iednego Roku. Lecz gotowych potrzebny będąc pieniędzy, zezwala na defalkatę 10 od 100, byle kupiący natychmiaſt należytą wypłacił summę. Pytam, iaka tu być powinna założoney summy defalkata ?

REZOLUCYA.

Przed Rezolucyą tego Zagadnienia uważyć trzeba, że ta defalkata 10 od sta iest za rok przyszły, to iest: za ow zysk, ktorego biorący na kredyt towar miał na nim w przeciągu iednego roku poszukiwać. Wszakże gdyby mu Kredytor gotowych nie biorąc pieniędzy defalkował na początku roku 10 od 100, defalkowałby zbyt wiele, gdyż biorący na kredyt, przez rok więceyby zyskał, niż 10 od 100 zyskuiąc na towarze taniey, niż za 3850 Talerow bitych wziętym, coby było przeciw umowie. Problema więc tego sama Reguła proporcyi nie ułatwi, pytaiąc się: ieżeli 100 da 10, wiele da 3850? gdyż wypadaiąca ztąd defalkata 385 Talerow bitych odciągniona od 3850, zdawałaby się pokazować, że dłużnik ow nie powinien natychmiast płacić tylko 3465 Talerow bitych, co zaiste dosyć nie iest. Albowiem gdyby Kredytor znowu defalkował, albo dał na prowizyą te 3465 Talerow bitych po 10 od 100 na rok, zyskałby 346 Talerow $+\frac{1}{2}$, co dodawszy do summy całey 3465 nie miałby tylko 3811 $+\frac{1}{2}$ przy końcu roku, zamiast coby był wziął 3850 Talerow bitych, gdyby był nie defalkował. Trzeba więc tak miarkować,

żeby

żeby Kredytor przy końcu roku miał w całości swoie 3850 Talerow bitych, a zatym, żeby pieniądze po defalkacie pozoſtałe, i do zyſku 10 od 100 dodane, wynioſły spełna Talerow bitych 3850. Co dwoiakim ſię sposobem ſtać może.

1. Szukaiąc nayprzod summy, ktorą po defalkacie dłużnik wypłacić powinien. Niech będzie summa, ktora Kredytorowi po defalkacie ma zoſtać $= x$, ponieważ ta Summa ma zyſkać 10 za 100, to ieſt: część 10 Summy x, więc zyſk ten na końcu roku będzie: $= \frac{x}{10}$, a obydwie te ilkości będą $=$ 3850 Talerow bitych. Będzie zatym pomiar: $x + \frac{x}{10} = 3850$.

Gubiąc frakcyą będzie: $10x + x = 38500$.

Czyli: $11x = 38500$.

Nakoniec: $x = \frac{38500}{11} = 3500$.

Dłużnik tedy czyli Kupiec towar na Kredyt biorący powinien Kredytorowi swemu wyliczyć Talerow bitych 3500. Co że tak ieſt, ztąd ſię pokazuie, iż gdyby Kredytor te pieniądze 3500 dał na kredyt do roku, i wziął procentu po 10 od 100, zyſkałby 350 Talerow bitych, a zyſk ten przydawszy do

3500, odebrałby od dłużnika przy końcu roku 3850. Lecz że mu natychmiaſt defalkował, więc defalkata ta wyrownać powinna zyſkowi wzmiankowanemu, to ieſt: muſi być $=350$ Talerow bitych.

2. Powtore szukaiąc samey defalkaty, czyli tey summy, ktora ſię odciąć powinna od summy umowioney. Namieniło ſię iuż, że 3850 Talerow bitych, biorąc procentu po 10 od 100, przyniosą zyſku za rok dłużnikowi 385. Więc gdy proſi o defalkatę, nic mu więcey nie należy ſię defalkować na początku roku, tylko taką summę, ktoraby dodana do zyſku 10 od 100 uczyniła mu procent roczny $=385$, a zatym będzie: $x + \frac{x}{10} = 385$.

Czyli: $10x + x = 3850$.

Czyli: $x = \frac{3850}{11} = 350$. C. B. D. R.

Przeſtroga: Kiedy idzie o procent 10 od 100, dobrze ſię ow procent wyraża przez $\frac{x}{10}$, czyli przez część dzieſiątą summy założoney, bo w samey rzeczy 10 ieſt dzieſiątą częścią 100. Lecz gdyby szło o procent 4 lub 5, albo 6, i t. d. od ſta, na ten czas pro-

procent taki nie dobrzeby był wyrazony przez $\frac{x}{4}$, $\frac{x}{5}$, $\frac{x}{6}$, gdyż czwarta część sta nie iest 4, ale 25, piąta część nię iest 5, ale 20 i t. d. Dla znalezienia więc, iaka część summy założoney iest rocznym od niey procentem, trzeba podzielić tę summę przez iey procent, a Wieloraz pokaże część niewiadomą, ktorą my odtąd nazywać będziemy kwotą np. pięciu od sta, będzie kwotą procentu $\frac{x}{20}$.

ZAGADNIENIE II.

POdobne pierwszemu, ale zawilsze. Bierze Kupiec na kredyt do roku iednego towar wartuiący Czerwonych Złotych 2680, i chce Kredytorowi zaraz wyliczyć summę, byle mu defalkował z niey po 13 i $\frac{1}{2}$ procentu rocznego. Warunek przyięty. Chcą się więc dowiedzieć, ile wyniesie defalkata?

REZOLUCYA.

Dla znalezienia kwoty tego procentu nayprzod 100, powtore od summy umowioney:

1.

1. Podzielmy 100 przez $13+\frac{1}{2}$, albo żeby się pozbyć frakcyi dwoykę pierwszey liczby$=200$ przez dwoykę drugiey $=27$, Wieloraz $=7+\frac{11}{27}$, będzie kwotą wzmiankowaną, ale wygodnieyszą mieć będziemy też samę kwotę bez dzielenia, wyrażaiąc ią poprostu przez frakcyą $\frac{200}{27}$.

2. Procent od 2680 Czerwonych Złotych po $13+\frac{1}{2}$ od sta przy końcu roku będzie: 2680 podzieliwszy przez $\frac{200}{27}$, albo (dla zgubienia frakcyi, 2680 mnożąc przez Mianownika 27) podzieliwszy 72360 przez 200, albo ieszcze dla skrocenia roboty odrzucaiąc iednę cyfrę, podzieliwszy 7236 przez 20, wypadnie $361+\frac{4}{5}$. Co na iedno wyniesie, czyniąc Regułę proporcyi: ieżeli 100 daie $13+\frac{1}{2}$, wiele da summa 2680 Czer-

wo-

wonych Złotych? Wyidzie Czerwonych Złotych $361 + \frac{4}{5}$.

Już się rzekło: że tego procentu od summy umowioney defalkować nie należy zaraz dłużnikowi, gdyż on go nie dostanie aż po roku. Zaczym summa, ktorą mu defalkować trzeba będzie $= x$, a ta wraz z procentem, po $13 + \frac{1}{2}$ od sta za rok od niey należącym, ma wyrownać procentowi rocznemu Czerwonych Złotych $361 + \frac{4}{5}$. Do wynalezienia tego procentu z summy x, trzeba zażyć Reguły proporcyi: ieżeli 100 daie $13 + \frac{1}{2}$, czyli dwoiąc: ieżeli 200 daie 27, wiele da x? Znaydzie się $\frac{27x}{200}$ procent od x, i pomiar będzie: $x + \frac{27x}{200} = 361 + \frac{4}{5}$.

Redukuiąc zaś całkowite x do frakcyi przyległey, czyli mnożąc x przez Mianownika

ka 200, i przydaiąc do produktu Licznika 27x; będzie: $\frac{227x}{200} = 361 + \frac{4}{5}$.

Gubiąc frakcyą, czyli przez 200 mnożąc $361 + \frac{4}{5}$ będzie: $227x = 72200 + 160 = 72360$.

Dzieląc zaś: $x = \frac{72360}{227} = 318 + \frac{174}{227}$.

A zatym defalkata rzetelna ieſt Czerwonych Złotych $318 + \frac{174}{227}$, to ieſt: Czerwonych Złotych 318 i Złotych $13 + \frac{7}{227}$ iednego Czerwonego Złotego, Czerwony Złoty rachuiąc po Złotych 17. O czym każdy ſię przekona, uważaiąc, że summa Czerwonych Złotych $\frac{72360}{227}$, czyli: Czerwonych Złotych $318 + \frac{174}{227}$ złączona z procentem iey przy-

nieſie rocznego zyſku Czerwonych Złotych $361 + \frac{4}{5}$. Jeżeli bowiem 100 daie $13 + \frac{1}{2}$, albo ieżeli 200 daie 27, wieleż da $\frac{72360}{227}$? Da zapewne $\frac{1953720}{45400} = 43 + \frac{1520}{45400}$, czyli na mnieysze terminy przez 40 redukuiąc: $+ \frac{38}{1135}$. Dodaiąc więc $\frac{72360}{227}$ Czerwonych Złotych albo $318 + \frac{174}{227}$ do Czerwonych Złotych $43 + \frac{38}{1135}$, będzie summa Czerwonych Złotych $= 361 + \frac{174}{227} + \frac{38}{1135} = 361 + \frac{4}{5}$; gdyż obróciwszy frakcye do iednego Mianownika, mnożąc pierwszey obydwa terminy przez 5, i doda-

wszy

wszy obydwie, będzie: $\frac{908}{1135}$, a tę zredukowawszy na mnieysze terminy przez 227, będzie: $\frac{4}{5}$. C. B. D. R.

Przestroga: Częstokroć ci, dla ktorych się czyni defalkata, nie są w stanie zapłacić ią przed całym rokiem, czasem kilkoma tylko Miesiącami termin wypłacenia uprzedzaią. Ale w tym razie iednakże Problematow bywa Rezolucya lubo nieco przydłuższa. Obaczmy to w następuiącym Przykładzie.

ZAGADNIENIE III.

ZA 7650 Czerwonych Złotych na kredyt towaru bierze Kupiec, ktoremu Kredytor z tey summy chce defalkować po $7 + \frac{2}{3}$ od sta na rok, ieśliby mu ią wypłacił zawczasu. Biorący na kredyt, w pięć dopiero Miesięcy po owey umowie zdobywszy się na wypłacenie, pyta, ile ma z tey summy on sam wypłacić, a Kredytor iego defalkować?

REZOLUCYA

Nayprzod w tym przypadku dłużnik uprzedza wypłacenie 7 tylko Mieſiącami, gdyż wypłaca w pięć Mieſięcy po umowie. Więc ieżeli wypłacenie uprzedzone rokiem całym, czyli dwunaſtą Mieſiącami daie defalkaty $7 + \frac{2}{3}$ od ſta, wieleż da wypłacenie uprzedzone ſiedmią Mieſiącami? Wszakże ieżeli 12 daie $7 + \frac{2}{3}$, albo (mnożąc obydwa terminy przez 3) ieżeli 36 daie 23, toć 7 da zapewne $\frac{161}{36}$, czyli $4 + \frac{17}{36}$. Tyle więc defalkować należy od ſta, uprzedzaiąc termin wypłacenia ſiedmią Mieſiącami. Powtore: Jeżeli 100 daie defalkaty $4 + \frac{17}{36}$, albo ieżeli 100 daie (redukuiąc 4 do przyległey frakcyi) $\frac{161}{36}$, wieleż da Czerwonych Złotych 7650? Da niepochybnie Czerwonych Złotych $342 + \frac{1}{8}$. Lecz iako ſię tyle razy mowiło, nie trzeba tego procentu zaraz defal-

falkować dłużnikowi, gdyż go on zaraz nie może mieć, lecz po ſiedmiu dopiero Meſiącach, więc trzeba tak daley poſtąpić: Summa x, ktorą trzeba defalkować dłużnikowi, z procentem teyże Summy za 7 Mieſięcy, przypadaiącym po $\frac{161}{36}$ od ſta, powinna być rowna Czerwonych Złotych $342 + \frac{1}{8}$. A że procent ow ieſt niewiadomy, więc przez Reg. prop., tak go szukać trzeba: Jeżeli 100 daie $\frac{161}{36}$ wiele da x? Znaydzie ſię $\frac{161x}{3600}$; zatym wypadnie pomiar, ktory Zagadnienie ułatwi: $x + \frac{161x}{3600} = 342 + \frac{1}{8}$.

Uwalniaiąc od frakcyi, czyli mnożąc przez 3600 wszyſtkie inne terminy, i podobne dodaiąc, będzie: $3761x = 1231650$.

Dzieląc będzie: $x = \frac{1231650}{3761} = 327 + \frac{1803}{3761}$.

Defalkata więc w tym przykładzie = Czerwonych Złotych 327, Złotych 8, groszy 4

+

$+ \frac{1846}{3761}$. Wszakże biorąc procent tey defalkaty po $\frac{161}{36}$ od sta, w przeciągu 7 Miesięcy będzie: $= 14 + \frac{8741250}{13539600}$, a ten procent dodaiąc do summy defalkowaney 327 $+ \frac{1803}{3761}$, wypadnie procent całey nie defalkowaney summy $= 342 + \frac{1}{8}$. Albowiem $14 + 327 = 341$, tudzież $\frac{1803}{3761} + \frac{8741250}{13539600}$ redukuiąc do iednego Mianownika, to iest: mnożąc pierwszą frakcyą przez 3600, wypada: $\frac{6490800 + 8741250}{13539600} = \frac{15232050}{13539600} = 1 + \frac{1692450}{13539600}$, albo redukuiąc na naymnieysze terminy przez Liczni-

ka $= \frac{1}{8}$. Dodawszy tedy 1 do 341, będzie: $342 + \frac{1}{8}$, to iest: procent od całey summy nie defalkowaney za 7 Miesięcy. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

TAkież, iakie było poprzedzaiące, lecz wspak obrocone. Bierze Kupiec na kredyt za 2680 Czerwonych Złotych towaru na rok ieden, a wypłacaiąc go zaraz z defalkatą Czerwonych Złotych $\frac{72360}{227}$, chce wiedzieć, iaka defalkata przypada na rok od sta?

REZOLUCYA.

Defalkata ta niewiadoma niech będzie $=x$. Więc ieżeli 100 daie x, wiele da 2680? Da $\frac{2680x}{100}$, a ta druga defalkata musi być znacznieysza od owey $\frac{72360}{227}$ pod

czas

czas umowy przyrzeczoney, ponieważ $\frac{72360}{227}$ dodaiąc do procentu rocznego nie więcey uczynić powinna, iak: $\frac{2680x}{100}$, to ieſt: wyrownać powinna defalkacie summy 2680. Zeby tedy znaleść roczny procent od $\frac{72360}{227}$, trzeba przez Reg. prop. zapytać: ieżeli 100 daie x przez rok, wieleż da przez tenże czas $\frac{72360}{227}$?

Wyidzie procent $= \frac{72360x}{22700}$, a tak ułoży ſię naſtępuiący pomiar: $\frac{72360}{227} +$

$$\frac{72360x}{22700} = \frac{2680x}{100}.$$

Czyli defalkata z procentem rocznym, wyrowna defalkacie całey summy 2680.

Przenioſſszy w tym pomierze niewiadomą ilkość do niewiadomey, będzie: $\frac{72360}{227} = \frac{2680x}{100} - \frac{72360x}{22700}$.

Dla zgubienia zaś frakcyi mnożąc przez 100, będzie: $\frac{7236000}{227} = 2680x - \frac{7236000x}{22700}$.

Albo odrzucaiąc z drugiey frakcyi tak Licznika iako i Mianownika cyfer dwie, będzie: $\frac{7236000}{227} = 2680x - \frac{72360x}{227}$.

A gubiąc i te frakcye przez rozmnożenie całkowitego terminu przez powszechnego Mianownika 227, będzie: $7236000 = 608360x - 72360x$.

Albo: $7236000 = 536000x$.

A zatym: $x = \frac{7236000}{536000}$ = odciąwszy cyfry $\frac{7236}{536}$.

A

A w rzeczy samey dzieląc : $x = 13 + \frac{1}{2}$, i to iest : procent roczny zapytany.

Czego można doświadczyć sposobem w wyższych Rezolucyach użytym. &c.

Przestroga. Skoro dowcip ludzki wynalazł rożne początkowe rezolwowania sposoby, natychmiast przemyślać zaczęto o ogulnym, a tym, ile być może, nayprostszym prawidle, ktoreby zgodne było do solwowania wszelkich, w podobnych przypadkach y z podobnemi warunkami, Zadaniow. Zkąd ten wypłynął zysk dla społeczeństwa, że mu się staią użytecznemi, nawet nie wysokomyślni. Prosty Mechanizm wygodził wszystkim ogulnie ludziom. Ci co wyżey myślą, układaią prawidła, a ktorzy nie tak myślą, albo do myślenia takiego czasu nie maią, ułożonych trzymaią się. Mamy takie prawidła od Uczonych ułożone na dochodzenie wszelkich defalkat zdarzaiących się w umowach Kupieckich.

REZOLUCYA II.

Ogulna Problematow wszelkich o defalkatach.

CEna towaru niech będzie $= m$, defalkata po ile się podoba od 100 na rok $= e$. Zeby defalkatę od summy m na rok znaleść, szukać iey trzeba przez Reg. prop. Jeżeli

100 daie e, wiele da m? Znaydzie ſię defalkata od m przez rok $= \frac{em}{100}$, a defalkata niewiadoma będzie $=x$. Procent od x będzie także wiadomy, szukaiąc go przez tęż Regułę: ieżeli 100 daie e, wiele da x? Znaydzie ſię bowiem $\frac{ex}{100}$. To wynalazłszy, patrzmy, iak ſię ogulne ułoży prawidło, ktore odkrywać będzie niewiadomą ilkość x we wszelkich przypadkach. Oczywiſta ieſt, że defalkata niewiadomey summy x, wraz wzięta z procentem od niey za rok należącym $\frac{ex}{100}$, powinna wyrownać defalkacie summy m także za rok, ktora ieſt $= \frac{em}{100}$ a zatym, będzie: $x + \frac{ex}{100} = \frac{em}{100}$.

Zgubiwszy zaś frakcyą, będzie: $100x + ex = em$.

A odłączywszy w każdym terminie wspołczynnika od przyległey ilkości, będzie: $100 + e \times x = e \times m$.

Z tego na koniec taka ſię ułoży proporcya: $100 + e . e :: m . x$.

Co wyraża, iż we wszelkich przypadkach, iakie tylko być mogą, układaiąc Regułę prop., w ktoreyby pierwszym terminem było 100 z defalkatą e, taką od sta na rok, iaka się podoba, drugim zaś terminem była taż sama defalkata e, a trzecim cena towaru m, za czwarty termin wypaść musi cena defalkaty x. Weźmy np. Zagad. 1. będzie $m = 3850$, $e = 10$, a zatym: $100 + e. e :: m. x$, będzie $= 100 + 10$, czyli: $110. 10 :: 3850. x$, czyli $= x = \frac{38500}{110} = 350$, to iest defalkata zapytana, iaka i pierwey, sposobem nierownie pracowitszym była znaleziona.

Podobnie biorąc Zagad. 2., będzie: $m = 2680$, $e = 13 + \frac{1}{2}$. Więc podług ogulnego prawidła układaiąc Reg. prop., będzie: $100 + 13\frac{1}{2}$, czyli: $113\frac{1}{2}. 13 + \frac{1}{2} :: 2680. x$. Albo podwoiwszy dwa pierwsze terminy, będzie: $227. 27 :: 2680. x$.

A zatym: $x = \frac{2680 \times 27}{227} = \frac{72360}{227}$

$= 318 + \frac{174}{227}$, tak iako się wyżey znalazło, szukaiąc sposobu solwowania tego Zagadnienia.

Tak i w trzecim Zagadnieniu $m = 7650$, $e = \frac{161}{36}$, więc: $100 + \frac{161}{36}$. $\frac{161}{36}$: : 7650. x.

Albo gubiąc frakcyą, czyli przez 36 pierwszy termin 100 mnożąc, a do produktu Licznika 161 przyległey frakcyi dodaiąc, będzie: 3761. 161 : : 7650. x.

A zatym: $x = \frac{7650 \times 161}{3761} = \frac{1231650}{3761}$

$= 327 + \frac{1803}{3761}$, iak się na tamtym mieyscu rezolwowało.

REZOLUCYA.

Ogulna Problematow wspak obroconych o defalkatach, to iest: takich, w ktorych defalkata iest wiadoma, a procent roczny od 100 niewiadomy.

CEna towaru niech także będzie $=m$, defalkata od niey $=e$, defalkata zaś od 100 roczna $=x$. Pierwsza defalkata od m, znaydzie się, czyniąc Reg. prop.: 100. x : : m. $\frac{mx}{100}$. Defalkata więc od $m = \frac{mx}{100}$,

czyniąc zaś : 100. x : : e. $\frac{ex}{100}$, będzie : $\frac{ex}{100}$ procent od e. Lecz że defalkata od e z swym procentem po x od 100 na rok, powinna być rowna defalkacie od m rocznej, a ta druga defalkatą $= \frac{mx}{100}$, wypadnie pomiar : $e + \frac{ex}{100} = \frac{mx}{100}$,

czyli

czyli gubiąc frakcye: $100e + ex = mx$, przenosząc zaś, będzie: $100e = mx - ex$. Na koniec odłączaiąc współczynnikow od przyległych ilkości, będzie: $100 \times e = m - e \times x$.

Ztąd ta się wyciągnie proporcya: $m - e . e :: 100 . x$.

Tak więc, gdy się czyni defalkata e od ceny towaru m, dla wypłacenia przed rokiem założoney summy, łatwo doyść można procentu od 100, czyniąc tę proporcyą: tak się ma cena towaru m, zmnieyszona defalkatą e, do teyże samey defalkaty e, iak się ma 100 do czwartego terminu x, albowiem ztąd wypadnie kwota procentu rocznego od 100, np. gdyby szło rezolwowanie Zagadnienia, gdzie cena towaru $m = 2680$, a defalkata od niey

$e = \frac{72360}{227}$, kwota zaś procentu rocznego od $100 = x$. Uczyni się więc ta proporcya:

$$2680 - \frac{72360}{227} . \frac{72360}{227} :: 100 . x.$$

Czyli mnożąc pierwszy termin przez 227, będzie: $608360 - 72360 . 72360 :: 100 . x$.

Albo: $536000 . 72360 :: 100 . x$.

Zkąd pomiar: $x = \frac{7236000}{536000} = \frac{7236}{536}$

=

$$=13+\frac{268}{536}=13+\frac{1}{2}$$, iako pod tymże Zagad. widzieliśmy.

ZAGADNIENIA.

O Wexlach.

TRudność przewożenia pieniędzy z mieysca na mieysce, zwłaszcza odległe, niebeśpieczenstwo same przewozu, rożność monet kraiowych, kędy zdarza się woiażować, albo mieć iakieś współkowanie, skutecznemi były powodami do ustanowienia we wszystkich prawie rządnych Narodach kart zamiannych *lettres de Change*, czyli Wexlow. Karta zamianna iest pismo, za ktorego oddaniem, oddawca odbiera pieniądze, w tymże piśmie wyrażone od korrespondenta, do ktorego to pismo dane. Trafia się pospolicie, że ten, ktory daie kartę zamianną, nic nie winien osobie, ktora ią odbiera; potrzeba więc, aby osoba odbieraiąca rzeczoną kartę, wypłaciła na mieyscu daiącemu taką summę, na iaką bierze kartę. Ponieważ zaś taka pieniędzy za kartę i karty za pieniądze zamiana iest niby rodzaiem iakimsi handlu; ci ktorzy się tym bawią, nazywaią się bankierami, i maią z tego, że tak rzekę, kunsztu swego zysk, biorąc procent od 100 rożny podług rożnych kra-

kraiowych zwyczaiow, albo podług umowy przez samychże Bankierow czynioney, z temi, ktorym Wexle oddaią. Procz summy tedy Wexlowey, czyli w karcie zamianney wyrażoney, daie się Bankierom pewny procent w nadgrodę Wexlu teyże summie odpowiadaiący. W czym zachodzi dwoiaki przypadek, ktory następuiące wyłoży i obiaśni Zagadnienie.

ZAGADNIENIE

Kawaler woiażować maiący, z Warszawy do Paryża gotowych nie wiezie pieniędzy, ale 1500 Czerwonych Złotych składa u Bankiera Warszawskiego, i bierze od niego Wexel, czyli kartę zamianną na tę samę summę do Bankiera Paryskiego, z tym warunkiem, żeby w Warszawie procentu nie zapłaciwszy od pieniędzy, ktore ma w Paryżu odebrać, zapłacił tamecznemu Bankierowi po 3 od 100. Pyta więc, iak zmieyszoną od tegoż Bankiera ma odebrać summę?

REZOLUCYA.

Gdyby ow Kawaler chciał w Paryżu odebrać w całości 1500 Czerwonych Złotych powinienby u Bankiera Warszawskiego złożyć 1545 Czerwonych Złotych, to iest: Summę 1500 Czerwonych Złotych, i 45 procentu Wexlowego, gdyż ieżeli 100 daie 3 pewna

iest,

ieſt, że 1500 da 3 razy 15, czyli 45, a zatym Zagadnienie to przez zwyczayną Regułę prop. rezolwowałoby ſię. Lecz że Wexel na Czerwonych Złotych 1500 do Paryża dany ſkładać ſię ma y z sumy wexlowaney, y z procentu od niey po 3 od 100, iasna rzecz, że oddawca karty zamianney nie odbierze w Paryżu spełna Czerwonych Złotych 1500. Odetnie albowiem od niey tameczny Bankier procent Wexlowy, a ten procent nie wynieſie tam iuż Czerwonych Złotych 45. Ponieważ procent po 3 od 100 nie powinien ſię tam płacić, tylko od tey summy, ktorą w samym Paryżu odbierze wzmiankowany Kawaler. A że, iako ſię rzekło, nie odbierze tam w całości summy 1500, ale zmnieyszoną procentem, toć procent ow zmnieyszyć ſię także nieco muſi. Summa więc, ktorą w Paryżu odbierze $=x$, z procentem od niey po 3 od 100, będzie $=1500$. Zeby zaś znaleść ten procent od summy x, szukać go trzeba przez Regułę prop. ponieważ 100 daie 3, wieleż da x? będzie: $\frac{3x}{100}$, a ztąd wyidzie pomiar: $x + \frac{3x}{100} = 1500$.

Zgubiwszy frakcyą, będzie: $100x + 3x = 150000$.

Czyli: $103x = 150000$.

Czy-

Czyli: $x = \frac{150000}{103}$.

Czyli: $x = 1456 + \frac{32}{103}$, to ieſt: $x = 1456$ Czerwonych Złotych + Złotych 5 (rachuiąc na Czerwony Złoty Złotych Polſkich 17) + $\frac{29}{103}$, to ieſt i groszy 8, + $\frac{46}{103}$, to ieſt i szel. 1 + $\frac{35}{103}$.

Oddawca tedy karty zamianney, czyli Wexlu nie odbierze w Paryżu tylko Czerwonych Złotych 1456, Złotych 5, groszy 8, szel. 1 + $\frac{35}{103}$, chociaż złożył on lub kto inny za niego u Bankiera Warszawſkiego spełna Czerwonych Złotych 1500. A zatym zyſk Bankiera Paryſkiego ieſt mnieyszy niż 45 Czerwonych Złotych, gdyż odciągnąwszy summę z Wexlu Paryſkiego odebraną Czerwonych Złotych 1456 + $\frac{32}{103}$ od złożoney w Warszawie 1500, zoſtanie tylko Czerwonych Złotych 43 + $\frac{71}{103}$ zyſk Paryſkie-

go

go Bankiera. Wszakże summa z Wexlu odebrana $1456 + \frac{32}{103} + 43 + \frac{71}{103}$, i powiększona procentem od niey wytrąconym

$$= 1499 + \frac{103}{103} = 1500. \quad \text{C. B. D. R.}$$

Gdzie z samey operacyi łatwo każdy poznać może, że ta Rezolucya nie rożni ſię od sposobow rezolwowania Problematow o defalkatach, a zatym i tu możnaby wygodnie użyć ogulney Rezolucyi wyżey daney w ten sposob: $103.\ 3 :: 1500.\ \frac{1500\times3}{103} =$

$$\frac{4500}{103} = 43 + \frac{71}{103} \text{ \&c.}$$

ROZDZIAŁ IV.

O rezolwowaniu Problematow nieokreślonych, czyli niedeterminowanych.

ZADANIE I.

Jak ſię Zagadnienie proſte, nieokreślone (indeterminatum) na pomiary obraca, i rezolwuie?

JUż ſię namieniło na początku Rozdziału trzeciego, kiedy nieokreślone bywa Zagadnienie. Bywa w ten czas, gdy więcey w swoich warunkach ma rzeczy niewiadomych, niż wiadomych, a zatym na tyle obrocić ſię nie może pomiarow, ile w sobie zamyka ilkości niewiadomych, i dla tego te pomiary, na ktore takie Zagadnienie ſię obraca, muszą w sobie po dwa lub kilka razy tęż samę niewiadomą ilkość mieścić, przeto niemogą ſię tak zredukować, żeby przy iedney tylko niewiadomey ilkości oſtatni zoſtał pomiar. Z dwoma tedy albo kilkoma zawsze zoſtaie, i trzeba koniecznie z nich iedney, a czasem i dwom, podług swego upodobania naznaczyć cenę, żeby cena wszyſtkich niewiadomych mogła ſię odkryć. Z tym wszyſtkim powszechnych Przepisow danych w drugim i trzecim Rozdzia-

dziale, i w tych solwowaniu Problematow trzymać się potrzeba.

Potrzeba zatym i tu nayprzod za ilkości zakładać litery, pierwsze za wiadome, a ostatnie za niewiadome. Powtore: Podług warunkow Zagadnienia, tyle ułożyć pomiarow, ile tylko można. Potrzecie: Pomiary podług Reguł danych poty redukować, poty terminy przekładać, i albo dodawać, albo odciągać, albo mnożyć, albo dzielić, poki w iedney pomiaru części niezostanie iedna tylko niewiadoma ilkość, a w drugiey poki wiadome nie będą z niewiadomemi, ale rożnemi od owey niewiadomey, ktora sama w pierwszey pomiaru części została. Poczwarte: Maiąc iuż taki pomiar, toż dopiero niewiadomey ilkości owey, ktora między wiadomemi na mieyscu ceny iest umieszczoną, trzeba podług swego rozumienia naznaczyć cenę, przez tę cena innych łatwo się odkryie. Rzecz tę obiaśnią

PRZYKŁADY.

ZAGADNIENIE I.

PEwny 100 Złotych odłożył na wino troiakiego gatunku. Pierwszego butelka iest po Złotych 7. Drugiego po Złotych 5. Trzeciego po Złotych 3. Chce zaś z tego troiakiego gatunku wina, wziąść butelek 18 tyl-

ko. Pytam wiele butelek wina brać powinien pierwszego gatunku, wiele drugiego, wiele nareszcie trzeciego, żeby za 18 butelek wina zapłacił Złotych 100?

REZOLUCYA.

Nayprzod: 18=a, 100=b, liczba niewiadoma butelek pierwszego gatunku =x, drugiego =y, trzeciego =z. Powtore: podług warunkow cena pierwszego będzie =7x, drugiego =5y, trzeciego =3z. Że zaś wszystkie te trzy ceny wyrownać powinny 100 Złotych, więc pierwszy tak układa się pomiar: $7x+5y+3z=b$. Potym, że wina wszystkiego nie więcey kupić trzeba, tylko butelek 18, będzie drugi pomiar ten: $x+y+z=a$.

J iuż ci więcey z tego Zagadnienia, procz tych dwoch, wyciągnąć nie można pomiarow, a przecię w nim trzy mieszczą się ilkości niewiadome; oczywista tedy, że Zagadnienie to nie iest określone.

Potrzecie: Zamień drugi pomiar w ten $x=a-y-z$.

A cenę tę założ w pierwszym pomierze za x, rozmnożywszy ią wprzod przez 7, będzie: $7a-7y-7z+5y+3z=b$.

Czyli: $7a-2y-4z=b$.

Nareście: $y=\frac{7a-b}{2}-2z$.

Z tego

Z tego ostatniego pomiaru iuż nie wyruguiesz niewiadomey z, dla tego, że w tym Zagadnieniu trzy są ilkości niewiadome, a trzeciego pomiaru niemasz. Trzeba więc, żebyś niewiadomey z naznaczył cenę podług swego upodobania. W czym iednak trzeba ostrożności, żeby tak wielkiey nie naznaczać ceny ilkości z, ażeby z dalszey redukcyi, drugiey ilkości niewiadomey x wypaść musiała cena odciążna, albo cyfrze rowna. Niechże będzie $z = 3$. Cenę tę założywszy za z, ostatni ow pomiar w ten się zamieni: $y = \frac{7a - b}{2} - 6$.

A zatym cena niewiadomey ilkości y iuż odkryta. Założywszy albowiem za litery liczby, będzie: $y = \frac{126 - 100}{2} - 6 = 7$.

Zebyś zaś o cenie także niewiadomey x dowiedział się, w pomierze $x = a - y - z$, za y założ cenę iuż znalezioną, to iest 7, za z założ cenę podług swego upodobania naznaczoną, to iest 3, będzie: $x = 18 - 7 - 3 = 8$.

J tak masz iuż wszystkich trzech niewiadomych ilkości wiadomą cenę, to iest: $x = 8$, $y = 7$, $z = 3$, a wszystkie dodane $= 18$. Doświadczenie. Albowiem $8 \times 7 + 7 \times 5 + 3 \times 3 = 56 + 35 + 9 = 100$. Gdybyś

zaś w przedostatnim pomierze $7a - 2y - 4z = b$, szukał ceny niewiadomey z, wypadłoby: $z = \frac{7a - b - 2y}{4}$, to iest: założywszy liczby za litery, a za y domyślną cenę 3, byłoby $z = \frac{126 - 100 - 6}{4} = 5$. Co naiedno wyniesie. Bo tę cenę założywszy w pomierze: $x = a - y - z$ za z, będzie: $x = 18 - 3 - 5 = 10$. A zatym będzie: $3 + 5 + 10 = 18$. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE II.

DAie Pan iałmużny 100 Złotych, na taki 20 ubogim podział, żeby z tey summy każdy męszczyzna wziął Złotych 7. Każda kobieta wzięła Złotych 5, a każde dziecko wzięło Złoty 1. Zgadniy liczbę męszczyzn, kobiet i dzieci?

REZOLUCYA.

Nazwiy liczbę męszczyzn x, kobiet y, dzieci z, 100 niech będzie $= a$, $20 = b$; wypadnie pomiar pierwszy: $x + y + z = b$.

Pomiar drugi: $7x + 5y + z = a$.

Ce-

Cena z pierwszego pomiaru: $z = b - x - y$.

Z drugiego: $z = a - 7x - 5y$.

Więc ſkładaiąc obydwie ceny: $b - x - y = a - 7x - 5y$.

Przenosząc b, potym $-y$, nareszcie $-7x$, będzie: $6x = a - b - 4y$.

Dzieląc: $x = \frac{a - b - 4y}{6}$.

Naznaczaiąc podług upodobania cenę 4y, taką iednak, żeby potym ceny x bez frakcyi doyść można, np. 8, będzie: $x = \frac{80 - 32}{6} = 8$.

Tę cenę x, zakładaiąc za x w pomierze pierwszym, będzie: $z = 20 - 8 - 8 = 4$.

Więc ieżeli $y = 8$, toć $x = 8$, $z = 4$, a zatym $8 + 8 + 4 = 20$. Wszakże $8 \times 7 = 56$, $8 \times 5 = 40$, $4 \times 1 = 4$. Co wynoſi Złotych 100. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE III.

NA Wołoszczyznie troiakie są przedayne konie, ogiery po Czerwonych Złotych 47, cugowe po Czerwonych Złotych 32, i formańſkie po Czerwonych Złotych 19. Wysyła tam Pan Koniuszego swego na ſkupienie 12 koni za 390 Czerwonych Złotych. Koniuszy za ogierow 2, cugowych 6, formańſkich

ſkich 4 chcąc zapłacić Czerwonych Złotych 362, widzi że mu zbywa nadto Czerwonych Złotych 28. Pyta więc Rachmiſtrza, wiele koni z każdego gatunku ma kupić, żeby ich 12 było, a z danych pieniędzy nic nie zoſtało?

REZOLUCYA.

Niech będą ogiery x, cugowe konie y, formanſkie z; będzie pierwszy pomiar: $x+y+z=12$.

Drugi zaś podług warunkow: $47x+32y+19z=390$.

Cena x w pierwszym pomierze ieſt: $x=12-y-z$.

Ktorą założywszy za x w drugim pomierze, rozmnożoną wprzod przez 47, będzie: $564-47y-47z+32y+19z=390$.

Czyli: $564-15y-28z=390$.

Czyli przekładaiąc: $564-390-15y=28z$.

Odciągaiąc: $174-15y=28z$.

Dzieląc: $$\frac{147-15y}{28}=z.$$

A tu dopiero cenę niewiadomey ilkości y naznaczywszy np. 6, będzie: $z=\frac{174-90}{28}$.

Czy-

Czyli: $z = \frac{84}{28}$.

Czyli na koniec: $z = 3$.

Już ieżeli $y = 6$, $z = 3$, toć: $x = 12 - y - z$.

Czyli: $x = 12 - 6 - 3 = 3$.

Lecz x założone za ogiery, więc ogierow 3, y za cugowe konie, więc tych 6, z za formańskie, więc tych 3, a wszystkich razem 12.

Wszakże: $3 \times 47 = 141$.
$6 \times 32 = 192$.
$3 \times 19 = 57$.

A to wszystko wynosi: Czer. Zł. 390.
C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

DWadzieścia Osob przez Wisłę przeprawuiąc się, tak od przewozu płacą. Każdy męszczyzna od osoby swoiey daie 3 grosze, każda białogłowa 2 grosze i szelągow 2, każde dziecie grosz 1 i szeląg 1. Przewoźnicy odebrawszy te pieniądze, narachowali 20 grayearow. Pytam, wiele się przewoziło męszczyzn, wiele białogłow, a wiele dzieci?

REZOLUCYA.

Niech będzie liczba męszczyzn x, białogłow y, dzieci z. Pierwszy pomiar będzie: $x+y+z=20$.

Drugi pomiar, ponieważ każdy męszczyzna płaci 3 grosze, białogłowa 2, i szelągow 2, dziecie grosz 1 i szeląg 1, zredukowawszy grosze na szelągi, będzie: $9x+8y+4z=120$.

To iest: rowne to wszystko będzie graycarow 20, czyli zredukowawszy, szelągom 120. Cena z iest w pierwszym pomierze: $z=20-y-x$.

Ktorą gdy założysz w drugim za 4x, będzie: $9x+8y+80-4y-4x=120$.

Czyli: $5x+4y+80=120$.

Czyli: $5x=120-80-4y$.

To iest: $5x=40-4y$.

Na koniec: $x=\frac{40-4y}{5}$.

Naznaczywszy iuż cenę y np. 5, będzie:

$$x=\frac{40-20}{5}=4.$$

Kiedy zaś $y=5$, $x=4$, toć $z=20-y-z$. Czyli: $z=20-5-4=11$. Przewoziło się więc męszczyzn 4, białogłow 5, dzieci 11. Albowiem 4×9, 5×8, 11×4, uczyni to wszystko $36+40+44$,

czy-

czyli szelągow 120, to ieſt graycarow 20. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE V.

KUcharz kupuie iay 20 za groszy 20, iaie gęſie po groszy 3, kacze po groszy 2, a kurzych po dwa za grosz. Pytam, wiele pierwszych iay, a wiele drugich, i trzecich za groszy 20 kupi?

REZOLUCYA

Gęſie iaia $=x$, kacze $=y$, kurze $=z$.

Pomiar pierwszy: $x+y+z=20$.

Pomiar drugi: $3x+2y+\frac{1}{2}z=20$.

Cena w pierwszym pomierze: $x=20-y-z$.

Ktorą w drugim od frakcyi uwolnionym: to ieſt w pomierze założywszy: $6x+4y+z=40$.

Będzie: $120-6y-6z+4y+z=40$.

Przenioſſszy zaś: $120-40-2y=5z$.

Na koniec, będzie: $z=\frac{120-40-2y}{5}=\frac{80-2y}{5}$.

Tu iuż y naznaczaiąc cenę domyślną np. 5, będzie : $z = \frac{80 - 10}{5} = \frac{70}{5} = 14$.

A że $z = 14$, więc $x = 20 - y - z = 20 - 5 - 14 = 1$.

Było więc iay gęſich przez x oznaczonych $= 1$, kaczych przez y wyrażonych $= 5$, kurzych przez z wyrażonych $= 14$. Co czyni 20. Doświadczenie. Ponieważ gęſie iaie po groszy 3, kacze po groszy 2, a kurzych para po groszu 1.

$$\text{Więc: } 3 \times 1 = 3 \text{ gr.}$$
$$2 \times 5 = 10$$
$$\frac{1}{2} \times 14 = 7$$

$$\text{A Summa cała} \quad 20 = 20$$

C. B. D. R.

ZAGADNIENIE VI.

TRafia ſię do kupienia nie drogi Zegarek. Trzech Braci, życząc go sobie na powszechne użycie nabyć, tak ſię o wspolną zań płacę umawiaią: pierwszy mowi drugiemu i trzeciemu, dam ia wszyſtkie moie pieniądze, wy daycie połowę waszych, a kupiemy Zegarek. Owszem, rzecze drugi, ia dam moie wszy-

wszyſtkie, a wy trzecią tylko część swoich, dosyć będzie na zapłacenie Zegarka. Trzeci na koniec powie, będzie nasz Zegarek, bylebyście do moich, ktore mam przy sobie pieniędzy, część czwartą waszych przydali. Pytam ile z nich każdy miał, i za Zegarek dawał pieniędzy, a ile ow Zegarek wartował?

REZOLUCYA.

Założ za pieniądze pierwszego x, drugiego y, trzeciego z, za Zegarek założ t. Wypadną z trzech warunkow Zagadnienia trzy pomiary, Pierwszy: $x + \frac{y+z}{2} = t$.

Drugi: $y + \frac{x+z}{3} = t$.

Trzeci: $z + \frac{x+y}{4} = t$.

Gubiąc frakcyą w pomierze pierwszym, będzie: $2x + y + z = 2t$.

Gubiąc frakcyą w drugim, będzie: $3y + x + z = 3t$.

Gubiąc na koniec frakcyą w pomierze trzecim, będzie: $4z + x + y = 4t$.

Już żebyś zgubił iednę ktorą z niewiadomych ilkości, np. z, odciągniy pierwszy pomiar

miar wolny od frakcyi od drugiego także wolnego, będzie: $2y-x=t$.

A w tym pomierze znalazłszy cenę x, to ieſt: $2y-t=x$, czyli: $x=2y-t$, załóż ią za x, w drugim pomierze, to ieſt w tym: $3y+x+z=3t$.

Będzie: $3y+2y-t+z=3t$.

Czyli: $5y+z=4t$.

Albo: $z=4t-5y$.

Masz tedy dwoch iuż niewiadomych cenę: $x=y-t$.

J cenę: $z=4t-5y$.

Obydwie więc te ceny załóż w trzecim pomierze za te same niewiadome ilkości, będzie: $16t-20y+2y-t+y=4t$.

Czyli redukuiąc przez Reguły powszechne, będzie: $11t=17y$.

Podziel na koniec przez 17, będzie:

$$\frac{11t}{17}=y.$$

Zakładay teraz za niewiadomą ilkość t cenę domyślną np. Czerwonych Złotych 17, będzie: $\frac{11t}{17}=\frac{187}{17}=11$.

A zatym $y=11$. Toż w pomierze $x=2y-t$ zakładaiąc za $2y-t$ cenę dopiero znalezioną 11, y domyślną 17, będzie: $x=22-17=5$.

Potym w pomierze: $z=4t-5y$.

Zakładaiąc wyszukane ceny, będzie: z = 68 — 55 = 13.

x więc, czyli pierwszy z owych Braci ma Czerwonych Złotych 5; y, czyli z nich drugi ma 11; z, czyli trzeci ma 13.

Doświadczenie. Pierwszy daiąc wszystkie swoie pieniądze, z połową drugiego i trzeciego, to iest 5 + 12, pokazuie, iż cena Zegarka iest Czerwonych Złotych 17. Drugi daiąc swoie wszystkie z trzecią częścią pierwszego i trzeciego, to iest: 11 + 6, pokazuie też samę Zegarka cenę, to iest: Czerwonych Złotych 17. Trzeci daiąc swoie wszystkie z czwartą częścią dwoch pierwszych, to iest 13 + 4 pokazuie także rzeczoną summę, czyli Czerwonych Złotych 17. Więc nieokreślone Zagadnienie przez takie określenie, czyli domyślney założenie ceny, iest ułatwione. C. B. D. R.

Przestroga. Zakładaiąc domyślną cenę w tym lub podobnym Zagadnieniu, uważać trzeba, żeby się nie wpędzić w frakcye niezbyte. W tym Przykładzie możnaby 17 we dwoynasob, we troynasob (duplum, triplum &c.) założyć. Na wzor tego Problemata inne ułożone podobnie solwuią się np. Zagadnienia o naięciu stancyi, stołu, karety, szkuty, o kupieniu Dworku, Konia, i t. d.

ZA-

ZADANIE II.

Jak się rezolwuią Zagadnienia nieokreślone o przymieszkach kruszcow, i doświadczaniu robot Złotniczych?

NAmieniło się w poprzedzaiącym Rozdziale pod Zadaniem 4, że Zagadnienia o przymieszkach trzech lub więcey kruszcow, a zatym i o doświadczaniu robot Złotniczych, w ktore kilku razem kruszcow przymieszka weszła, są nieokreślone, a to z tey przyczyny, iż więcey zawieraiąc w sobie niewiadomych ilkości, niż wiadomych, nie mogą się na tyle pomiarow obrocić, ile niewiadomych maią w sobie ilkości, przeto i w tych Zagadnieniow rezolucyach domyślną naznaczać trzeba cenę iedney ktorey z niewiadomych, aby się innych dwoch, albo dwom, aby się innych dwoch cena rzetelna doszła. Jako się pokaże w następuiących Zagadnieniach, z ktorych pierwsze będą o przymieszkach kilku kruszcow do roboty danych, drugie o doświadczeniu tychże przymieszek w samey robocie, gdzie wypuszczać z pamięci nie trzeba tego wszystkiego, co się w wyższym Rozdziale o kruszcach do wiadomości podało.

ZAGADNIENIA

O przymieszkach kilku kruszcow do roboty danych.

ZAGADNIENIE I.

O Przymieszce złota, srebra i miedzi. Ma kto troiaki kruszec, złoto, ktorego, łot, po Złotych Polskich 72, srebro, ktorego łot po Złotych $4 + \frac{1}{2}$ i miedź, ktorey łot po poł-srebrnego grosza, czyli po $\frac{1}{8}$ Złotego, a chce mieć zrobioną z tych trzech kruszcow rzecz ważącą 15 łotow, łot zaś w robocie niewartuiący tylko 50 Złotych. Pytam, ile zmieszać ma tych kruszcow Złotnik, aby przerzeczonym warunkom uczynił zadosyć?

REZOLUCYA. I.

Niewiadome łoty złota $= x$, srebra $= y$, miedzi $= z$. Pierwszy pomiar: $x + y + z = 15$, czyli: $z = 15 - x - y$.

Drugi: $72x + \frac{9y}{2} + \frac{z}{8} = 15 \times 50 = 750.$

Gu-

Gubiąc frakcye: $144x + 9y + \frac{2z}{8} = 1500$.

Czyli: $1152x + 72y + 2z = 12000$.

Zakładaiąc cenę z: $1152x + 72y + 30 - 2x - 2y = 12000$.

Czyli redukuiąc: $x = \frac{11970 - 70y}{1150}$.

Naznaczaiąc zaś nadomyśl cenę niewiadomey y, np. 1 łot, będzie: $x = \frac{11970 - 70 \times 1}{1150} = \frac{11900}{1150} = \frac{1190}{115} = 10 + \frac{40}{115}$ czyli: $\frac{8}{23}$. A ieżeli $x = 10 + \frac{8}{23}$, y zaś $= 1$, więc $z = 15 - x - y = 15 - 10 + \frac{8}{23} - 1 = 4 - \frac{8}{23} = 3 + \frac{23 - 8}{23} = 3 + \frac{15}{23}$. Więc złota łotow przeszło 10, srebra łot 1, a miedzi łotow 3 przeszło, zmieszać trzeba, żeby się stało zadosyć warunkom.

Doświadczenie. Albowiem nayprzod: $10 + \frac{8}{23} \times 72 = 720 + \frac{576}{23} = 745 + \frac{1}{23}$;

powtore: $1 \times \frac{9}{2} = \frac{9}{2} = 4 + \frac{1}{2}$; po-

trzecie: $3 + \frac{15}{23} \times \frac{1}{8} = \frac{3}{8} + \frac{15}{184}$, czy-

li redukuiąc do 1 Mian. przez 23: $\frac{69+15}{184}$

$= \frac{84}{184}$, czyli redukuiąc przez 4: $\frac{21}{46}$.

A że $745 + 4 + \frac{1}{23} + \frac{1}{2}$, czyli: $\frac{2+23}{46}$,

czyli: $\frac{25}{46} + \frac{21}{46} = \frac{46}{46}$, czyli: $1 = 750$, więc stało się dosyć warunkom. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE II.

O Teyże przymieszcze. Daie kto do roboty złoto czyste, ktorego grzywna Kolońska nie bita po Czerwonych Złotych 63, sre-

bro pieniężne, ktorego grzywna po Czerwonych Złotych $3+\frac{1}{2}$, czyli: $\frac{7}{2}$ i miedź, ktorey grzywna po Złotych 2, czyli po $\frac{1}{9}$ Czerwonego Złotego, i chce, aby w tey robocie nie było tylko grzywien 6, a grzywna każda nie wartowała tylko Czerwonych Złotych $42+\frac{23}{72}$, czyli: i po poł-szosta prawie Złotego. Pytam, ile w takiey robocie zmieszać danych kruszcow trzeba, żeby przymieszka warunkom odpowiadała?

REZOLUCYA

Niewiadome grzywny złota $=x$, srebra $=y$, miedzi $=z$. Pomiar pierwszy: $x+y+z=6$, czyli: $x=6-y-z$.

Drugi: $63x+\frac{7y}{2}+\frac{z}{9}=6\times42$

$+\frac{23}{72}=252+\frac{138}{72}=253+\frac{11}{12}$.

Gu-

Gubiąc frakcye, będzie: $126x + 7y + \frac{22z}{9} = 506 + \frac{22}{12}$.

Czyli: $1134x + 63y + 22z = 4554 + \frac{198}{12}$.

Czyli: $13608x + 756y + 24z = 54648 + 198 = 54846$.

Zakładaiąc zaś cenę x z pierwszego pomiaru, będzie: $81648 - 13608y - 13608z + 756y + 24z = 54846$.

Czyli redukuiąc: $26802 - 12852y = 13584z$.

Czyli: $z = \frac{26802 - 12852y}{13584}$.

Naznaczaiąc zaś nadomyśl cenę niewiadomey y, np. $\frac{1}{2}$, będzie:

$$z = \frac{26802 - 12852 \times \frac{1}{2}}{13584} = \frac{26802 - 6426}{13584} = \frac{20376}{13584} = 1 + \frac{6792}{13584} =$$

$= 1 + \frac{1}{2}$. A ieżeli $y = \frac{1}{2}$, $z = 1 + \frac{1}{2}$, toć $x = 6 - y - z = 6 - \frac{1}{2} - 1 + \frac{1}{2} = 5 - \frac{2}{2} = 4$. Doświadczenie.

Wszakże $4 \times 63 = 252$; potym: $\frac{1}{2} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4}$; na koniec, $1 + \frac{1}{2}$, czyli: $\frac{3}{2} \times \frac{1}{9} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$. A że $252 + 1 + \frac{3}{4} + \frac{1}{6}$, czyli: $\frac{18+4}{24} = 253 + \frac{22}{24}$, czyli: $\frac{11}{12}$. Więc i t. d.

ZAGADNIENIE III.

O Przymieszce miedzi do dwoiakiego srebra. Z dwoiakiego srebra, to ieſt: 14 proby, ktorego grzywna pospolita kosztuie Złotych 63, (gdyż ieżeli 16 łotow srebra czyſtego, czyli grzywna pospolita proby 16, ko-

kosztuie Złotych 72, toć łotow 14, czyli grzywna srebra proby 14 kosztuie Złotych 63) i proby 12, ktorego takaż grzywna kosztuie Złotych 54, chce kto mieć rzecz zrobioną taką, ktoraby ważyła grzywien 9, a grzywna każda wartowała tylko Złotych 45, a zatym była proby 10. Pytam, ile z owego dwoiakiego srebra, a ile z miedzi, ktorey grzywna po Złotych 2, ma Złotnik wziąść części i zmieszać, żeby w robocie było 9 grzywien 10 proby?

REZOLUCYA

Niewiadome grzywny srebra 14 proby $= x$, 10 $= y$, miedzi $= z$. Pomiar pierwszy: $x + y + z = 9$, czyli: $x = 9 - y - z$.

Drugi: $63x + 54y + 2z = 9 \times 45 = 405$.

Zakładaiąc cenę x: $567 - 63y - 63z + 54y + 2z = 405$.

Redukuiąc: $162 - 61z = 9y$, czyli: $y = \frac{162 - 61z}{9}$.

Naznaczaiąc zaś cenę nadomyśl niewiadomey z, np. 2, będzie: $y = \frac{162 - 61 \times 2}{9}$

$=$

$$= \frac{162-122}{9} = \frac{40}{9} = 4 + \frac{4}{9}.$$ A ieżeli $y = 4 + \frac{4}{9}$, $z = 2$, toć $x = 9 - y - z = 9 - 4 + \frac{4}{9} - 2 = 9 - 6 + \frac{4}{9} = 3 - \frac{4}{9} = 2 + \frac{9-4}{9} = 2 + \frac{5}{9}$. Wszakże I. $2 + \frac{5}{9} \times 63 = 126 + \frac{315}{9} = 161$. II. $4 + \frac{4}{9} \times 54 = 216 + \frac{216}{9} = 240$. III. $2 \times 2 = 4$. A że $161 + 240 + 4 = 405$, więc niezawodnie, zmieszawszy razem grzywien srebra 14 proby $2 + \frac{5}{9}$, a 12 proby $4 + \frac{4}{9}$, nadto miedzi 2, będzie w robocie grzywien 9. Ze zaś grzywny te są proby 10, łatwo uznasz, gdy uważysz, że grzywna iedna proby 10 kosztuie Złotych 45; A że tu takich grzywien zna-

znalazło ſię 9, więc dzieląc 405 przez 9, Wieloraz być powinien 45; co gdy tak ieſt, niepochybnie srebro to ieſt 10 proby. C. B. D. R.

ZAGADNIENIE IV.

O Przymieszce czyſtego srebra do podleyszego dwoiakiego gatunku, dla polepszenia iego proby. Z dwoiakiego srebra, pierwszego proby 10, a drugiego 8, z ktorych tamtego grzywna po Złotych 45, tego zaś po Złotych 36, chce kto mieć naczynie zrobione, 5 grzywien ważące, a grzywny te wyższey proby, niżeli iego ieſt srebro, np. proby 12, wartuiące po Złotych 54. Pytam, ile Złotnik czyſtego srebra, ktorego grzywna pospolita po Złotych 72, ma przymieszać do podleyszego dwoiakiey proby, aby wyſtawił żądane naczynie?

REZOLUCYA

Niewiadome grzywny czyſtego srebra $= x$, srebra 10 proby $= y$, 8 proby $= z$. Pierwszy pomiar będzie: $x + y + z = 5$, czyli: $x = 5 - y - z$.

Drugi: $72x + 45y + 36z = 5 \times 54 = 270$.

Zakładaiąc zaś cenę x, będzie: $360 - 72y - 72z + 45y + 36z = 270$.

Re-

Redukuiąc, będzie: $90 - 27y = 36z$, czyli: $z = \frac{90 - 27y}{36}$.

Naznaczaiąc cenę niewiadomey y, np. 2, będzie: $z = \frac{90 - 27 \times 2}{36} = \frac{90 - 54}{36} = \frac{36}{36} = 1$. A kiedy: $z = 1$, $y = 2$, toć: $x = 5 - y - z = 5 - 2 - 1 = 2$.

Wszakże I. $2 \times 72 = 144$. II. $2 \times 45 = 90$. III. $1 \times 36 = 36$.

A że $144 + 90 + 36 = 270$, więc 2 grzywien czyſtego srebra przymieszać trzeba do 2 proby 10, i 1 proby 8; będzie w robocie 5 grzywien, a grzywna każda proby 12.

Albowiem 270 podzieliwszy przez 5, wypada 54 cena grzywny srebra proby 12. C. B. D. R.

Przeſtroga. Podobnym sposobem dochodzić można czworakich, i wielorakich kruszcow przymieszek, kiedy ie tak mieszać trzeba, aby części odpowiadały umowioney ilkości i cenie roboty, lecz rzadko ſię trafia, takich przymieszek potrzeba, w ktorychby niektore części mieszać ſię maiące były niewiadome, kiedy zaś niektore wiadome są, łatwo innych niewiadomych doyść przez pospolitą Arytmetykę.

Z A-

ZAGADNIENIA.

O doświadczaniu robot troiakiego kruszcu niewiadomą przymieszkę maiących.

CHociaż w przymieszkach troiakich kruszcow dwa podleysze za ieden pospolicie biorą się, np. w przymieszcze srebra i miedzi do złota, srebro i miedź za same srebro niższey proby brać się zwykło, a zatym Zagadnienia o takich przymieszkach rezolwować się mogą sposobem w poprzedzaiącym Rozdziale opisanym, atoli kiedy miarkuiemy, iakie dwa rodzaie podleyszych do przednieyszego i droższego kruszca są przymieszane, możemy i przez nieokreślone pomiary doyść tey przymieszki, iako się w następuiącym Przykładzie okaże, ktory może służyć za model rezolwowania innych tego gatunku Zagadnieniow. Dał kto np. do zrobienia naczynia 10 grzywien złota niebardzo czystego, ktorego ciężkość porownana do ciężkości wody iest, iak 18 do 1. Zrobione naczynie i w wodzie zważone, straciło wagi swoiey czyli iedney grzywny $\frac{2}{3}$, a stracić nie miało tylko $\frac{5}{9}$ (gdyż ieżeli 1 traci $\frac{1}{18}$, toć 10 traci $\frac{10}{18}$, czy-

li;

li: $\frac{5}{9}$) zkąd oczywiście pokazało się, iż w złocie była iakaś przymieszka. Wiadomo zaś, że do złota pospolicie miesza się srebro z miedzią, więc pytam, ile w tey robocie złota, a ile srebra i miedzi?

REZOLUCYA.

Niewiadome grzywny złota $= x$, srebra $= y$, miedzi $= z$. Pomiar pierwszy: $x + y + z = 10$, czyli: $x = 10 - y - z$.

Drugi: $\frac{x}{18} + \frac{y}{10} + \frac{z}{8} = \frac{2}{3}$.

Gubiąc zaś frakcye, będzie: $x + \frac{18y}{10} + \frac{18z}{8} = \frac{36}{3} = 12$.

Czyli: $10x + 18y + \frac{180z}{8} = 120$.

Czyli: $80x + 144y + 180z = 960$.

Zakładaiąc zaś cenę x za $80x$, będzie: $800 - 80y - 80z + 144y + 180z = 960$.

Czyli: $64y = 160 - 100z$, czyli: $y = \frac{160 - 100z}{64}$.

Na-

Naznaczaiąc iuż cenę niewiadomey z, np. 1, będzie: $y = \frac{160 - 100 \times 1}{64} = \frac{60}{64} = \frac{15}{16}$.

A kiedy $y = \frac{15}{16}$, $z = 1$, toć $x = 10 - y - z = 10 - 1 + \frac{15}{16} = 9 - \frac{15}{16} = 8 + \frac{16 - 15}{16} = 8 + \frac{1}{16}$. Więc w robocie tey iest złota grzywien 8, i łot 1, srebra łotow 15, a miedzi grzywna 1. Doświadczenie. I. $1. \frac{1}{18} :: 8 + \frac{1}{16}$, czyli: $\frac{129}{16}$. $\frac{129}{288} = \frac{43}{96}$. II. $1. \frac{1}{10} :: \frac{15}{16}$. $\frac{15}{160} = \frac{3}{32}$. III. $1. \frac{1}{8} :: 1. \frac{1}{8}$. A że nayprzod: $\frac{3}{32} + \frac{1}{8} = \frac{3 + 4}{32} = \frac{7}{32}$, po-

potym : $\frac{7}{32} + \frac{43}{96} = \frac{672 + 1376}{3072} = \frac{2048}{3072}$, czyli: przez 1024 podzieliwszy $= \frac{2}{3}$ ſtracie wagi roboty, więc dobrze ſię rezolwowało. C. B. D. R.

KONIEC CZĘSCI PIERWSZEY.

REGESTR.

II.

ROZDZIAŁ IV.